



**Titre:** Modélisation numérique d'un système électrothermique de  
Title: dégivrage des pales d'éolienne à axe horizontal

**Auteur:** Valérie Patreau  
Author:

**Date:** 1998

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Patreau, V. (1998). Modélisation numérique d'un système électrothermique de  
Citation: dégivrage des pales d'éolienne à axe horizontal [Master's thesis, École  
Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/6916/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/6916/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de  
recherche:**  
Advisors:

**Programme:** Unspecified  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

MODÉLISATION NUMÉRIQUE D'UN SYSTÈME  
ÉLECTROTHERMIQUE DE DÉGIVRAGE DES PALES D'ÉOLIENNE  
À AXE HORIZONTAL

VALÉRIE PATREAU

DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAITRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE MÉCANIQUE)  
DÉCEMBRE 1998

© Valérie Patreau, 1998.



National Library  
of Canada

Acquisitions and  
Bibliographic Services

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

Bibliothèque nationale  
du Canada

Acquisitions et  
services bibliographiques

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file Votre référence*

*Our file Notre référence*

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-38701-1

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

MODÉLISATION NUMÉRIQUE D'UN SYSTÈME  
ÉLECTROTHERMIQUE DE DÉGIVRAGE DES PALES D'ÉOLIENNE  
À AXE HORIZONTAL

présenté par : PATREAU Valérie

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. PRUD'HOMME Michel, Ph.D., président-rapporteur

M. PARASCHIVOIU Ion, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. MASSON Christian, Ph.D., membre

## REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à remercier M. Ion Paraschivoiu, mon directeur de recherche et titulaire de la Chaire J.-A. Bombardier de l'École Polytechnique de Montréal, pour le projet qu'il m'a offert, pour le soutien financier qu'il m'a donné et pour la confiance qu'il m'a accordée tout au long de ce travail. Je désire remercier également M. Tayeb Brahimi avec qui j'ai travaillé pendant une partie de mon projet.

Je ne peux passer sous silence le précieux concours de François B. Morency, étudiant au doctorat à la Chaire. Je suis très reconnaissante envers François et tiens vivement à le remercier pour son encadrement scientifique, ses conseils et tout le temps qu'il m'a accordé.

Je remercie MM. Michel Prud'homme et Christian Masson d'avoir accepté d'être respectivement président et membre externe de mon jury.

Je veux aussi remercier le ministère des Ressources naturelles du Québec pour son support dans ce projet, et MM. Pinard et Maissan du Yukon Energy Corporation pour les photographies d'éoliennes fournies.

Enfin, je tiens à remercier tous les étudiants de la Chaire J.-A. Bombardier que j'ai côtoyés avec plaisir, les employés du département de génie mécanique de l'École et tous mes amis à l'École, notamment mes amis de l'Association étudiante des cycles supérieurs de l'École Polytechnique, qui ont rendu mon séjour d'étudiante des plus agréables.

## RÉSUMÉ

À l'heure où les besoins en énergie sont de plus en plus importants et que l'avenir de la planète commence à être remis en cause, l'énergie éolienne constitue une forme d'énergie renouvelable, abondante et très peu polluante. La production d'énergie éolienne, en plein essor depuis plus de dix ans, tend à devenir un pourcentage non négligeable du marché énergétique. Cependant, cette technologie dépend fortement de sa situation géographique, et bien que les régions froides soient pourtant souvent bien nanties par Éole, la technologie doit s'adapter aux conditions climatiques difficiles, notamment au givrage. Adapter les éoliennes au givrage peut se faire en les protégeant de ce givrage. La protection contre le givrage peut s'effectuer soit avec des techniques d'anti-givrage soit avec des techniques de dégivrage. Récemment, en Finlande, des chercheurs ont mis au point un système électrothermique de dégivrage pour les pales d'éoliennes à axe horizontal. Ce système est directement inspiré de la technologie utilisée en aéronautique pour le dégivrage des ailes d'avion ou des pales d'hélicoptère.

La Chaire J.-A. Bombardier de l'École Polytechnique de Montréal a développé, lors d'une étude précédente, un code numérique permettant la simulation de la formation de la glace sur les pales d'éoliennes. Les résultats obtenus ont montré que la diminution de puissance d'une éolienne peut varier de 20 % à plus de 50 % dans des conditions extrêmes de givrage. L'utilisation de systèmes de protection contre la glace est donc nécessaire pour pouvoir utiliser des éoliennes dans des régions froides.

Le projet faisant l'objet de ce mémoire porte sur le développement d'un code numérique monodimensionnel et instationnaire simulant le dégivrage de la glace accumulée sur les pales d'une éolienne à l'aide d'un système de dégivrage électrothermique. Ce dernier est

un système de dégivrage constitué d'une résistance électrique qui chauffe lorsque du courant la traverse. Cette résistance est comprise entre plusieurs couches de matériaux. Ce système est placé à la surface de la pale de l'éolienne sur laquelle une couche de glace s'est accumulée. La simulation de ce problème consiste à résoudre l'équation de conduction dans un système de matériaux multicouches, puis à résoudre le changement de phase qui a lieu dans la glace lorsque la température de celle-ci vient à dépasser le point de fusion ( $0^{\circ}\text{C}$ ). La modélisation de ces phénomènes a été effectuée en utilisant une méthode enthalpique afin de rendre le problème du changement de phase linéaire. Un schéma aux différences finies implicite a ensuite été utilisé afin de représenter numériquement les équations du problème. La résolution matricielle du système numérique a été réalisée par élimination de Gauss. Enfin, une méthode de prédiction-correction ou "Method of Assumed States" a été appliquée pour résoudre plus efficacement le changement de phase dans la couche de glace. Le module de dégivrage développé a ensuite été couplé au code numérique de simulation de la glace CANICE-WT afin de simuler plus complètement le dégivrage à la surface de la pale d'une éolienne à l'aide d'un système électrothermique.

Plusieurs validations de la méthode numérique utilisée ont été effectuées dans un premier temps. Ensuite, des exemples de résultats pour le module de dégivrage et son application aux éoliennes sont proposés. Les résultats obtenus permettent l'étude et la conception de systèmes de dégivrage électrothermiques multicouches. Les matériaux utilisés jouent un rôle important du point de vue thermodynamique, et les différents paramètres qui interviennent dans le processus de dégivrage peuvent facilement être étudiés avec le code développé.

## ABSTRACT

As energy needs are increasing world wide, wind constitutes a form of renewable, abundant and non-pollutant energy. Wind energy production has been rapidly expanding for more than the last ten years. It tends to become an important percentage of the energy market. However, this technology depends strongly on its geographical situation. Cold regions are often windy, but wind technology has to be adapted to difficult climatic conditions, particularly against icing. Protection is a solution to adapt wind turbines to icing events. The protection of wind turbines against icing can be achieved by two techniques: anti-icing and de-icing systems. In Finland, an electrothermal de-icing system for horizontal axis wind turbine blades has been developed recently. This system is directly inspired from aeronautical technologies used to de-ice airplane wings or helicopter blades.

A numerical code for ice accretion simulation on horizontal axis wind turbine blades has been developed at the J.-A. Bombardier Chair of the École Polytechnique de Montréal. Results have shown that the wind turbine power output can decrease from 20 % to more than 50 % in extreme icing conditions. The use of protection systems against ice is therefore necessary to be able to operate wind turbines in cold regions.

The project presented in this paper focuses on the development of a transient one-dimensional numerical code simulating de-icing of wind turbine blades with an electrothermal system. This system is made up of an electrical resistance that creates a heat flux when it is crossed by an electrical current. This resistance lies between several layers of materials. The system is placed on the blade surface where an ice layer will accrete. The simulation of this problem consists first in solving the conduction equation



in a multi-layers system, then in solving the phase change that takes place in the ice when the temperature exceeds the fusion point ( $0^{\circ}\text{C}$ ). The modelization of these phenomena has been undertaken by using the enthalpy method so as to make the phase change linear. An implicit finite difference scheme has been used to numerically represent the equations. The matrix resolution of the numerical system is solved by Gauss elimination. Finally, the Method of Assumed States is used to solve the ice phase change more efficiently. The developed de-icing module has been coupled with the ice accretion numerical simulation code CANICE-WT.

As a first step, validations of the used numerical method have been undertaken. Then, sample results for the de-icing module and its application to wind turbine are presented. These results allow the study and the design of electrothermal de-icing systems. Finally, it may be added that materials choice play an important thermodynamic role and the different parameters taking part in the de-icing process may easily be studied with this code.

## TABLE DES MATIÈRES

<b>REMERCIEMENTS .....</b>	<b>iv</b>
<b>RÉSUMÉ.....</b>	<b>v</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>vii</b>
<b>TABLE DES MATIÈRES .....</b>	<b>ix</b>
<b>LISTE DES FIGURES .....</b>	<b>xii</b>
<b>LISTE DES TABLEAUX.....</b>	<b>xiv</b>
<b>LISTE DES ANNEXES.....</b>	<b>xv</b>
<b>LISTE DES SYMBOLES.....</b>	<b>xvi</b>
<b>Chapitre 1 Introduction .....</b>	<b>1</b>
1.1 Généralités.....	1
1.2 La technologie des éoliennes .....	4
1.3 Objectifs et motivations .....	6
<b>Chapitre 2 Le dégivrage des éoliennes.....</b>	<b>9</b>
2.1 Le givrage des éoliennes .....	9

2.2	Les systèmes de protection contre le givrage.....	10
2.2.1	Les méthodes d'anti-givrage.....	10
2.2.2	Les méthodes de dégivrage .....	11
2.3	Revue bibliographique .....	14
2.3.1	La modélisation du dégivrage en aéronautique.....	14
2.3.2	Le dégivrage des éoliennes .....	18
<b>Chapitre 3 Modèle mathématique .....</b>		<b>20</b>
3.1	Le modèle de dégivrage .....	20
3.1.1	Choix du modèle .....	20
3.1.2	Système modélisé.....	23
3.2	Hypothèses .....	24
3.3	Les équations générales.....	25
3.3.1	Dans les différentes couches de matériaux .....	26
3.3.2	Dans la couche de glace .....	27
3.3.3	Les conditions aux limites.....	29
3.3.4	Calcul du coefficient de convection.....	31
3.4	Décollement de la pellicule de glace.....	35
<b>Chapitre 4 Méthode numérique.....</b>		<b>39</b>
4.1	Le module de dégivrage .....	39
4.1.1	La méthode enthalpique .....	39
4.1.2	Analyse dimensionnelle .....	42
4.1.3	Discretisation des équations.....	46
4.1.1	Résolution du système .....	54

4.2	Couplage avec CANICE-WT .....	58
<b>Chapitre 5 Résultats et discussion .....</b>		<b>60</b>
5.1	Le module de dégivrage .....	61
5.1.1	Validation de la méthode par différences finies .....	61
5.1.2	Effet de la densité de puissance .....	63
5.1.3	Effet de l'épaisseur de glace initiale et du coefficient de convection externe ....	65
5.1.4	Température dans les différentes couches du système .....	67
5.1.5	Propagation du front de phase .....	70
5.1.6	Décollement de la glace .....	71
5.2	Application aux éoliennes à axe horizontal .....	73
5.2.1	Éolienne étudiée .....	73
5.2.2	Cas de givrage étudié .....	74
5.2.3	Dégivrage d'une section de pale .....	76
<b>Chapitre 6 Conclusions .....</b>		<b>82</b>
6.1	Conclusions .....	82
6.2	Recommandations .....	84
<b>RÉFÉRENCES .....</b>		<b>86</b>
<b>ANNEXES .....</b>		<b>91</b>

## LISTE DES FIGURES

Figure 1-1 Production d'énergie éolienne dans le monde de 1982 à 1997 .....	2
Figure 1-2 Éoliennes à axe horizontal (a) et vertical (b) .....	5
Figure 2-1 Système de dégivrage électrothermique installé sur une éolienne .....	13
Figure 3-1 Schéma du système de dégivrage étudié .....	22
Figure 3-2 Système de dégivrage électrothermique utilisé pour le dégivrage des pales d'éolienne à axe horizontal .....	23
Figure 3-3 Représentation du modèle de dégivrage en 1-D .....	24
Figure 3-4 Représentation du changement de phase dans la pellicule de glace .....	27
Figure 4-1 Diagramme Enthalpie-Température, changement de phase à $T_f$ .....	40
Figure 4-2 Diagramme de changement de phase sur un intervalle de $2\varepsilon$ .....	41
Figure 4-3 Diagramme Enthalpie-Température, variables adimensionnées .....	45
Figure 4-4 Illustration des différentes couches du système de dégivrage .....	46
Figure 4-5 Représentation unidimensionnelle du maillage utilisé .....	47
Figure 5-1 Comparaison de la méthode par différences finies avec une solution analytique, pour un cas de conduction dans une plaque plane avec convection ....	62
Figure 5-2 Effet de la densité de puissance .....	64
Figure 5-3 Effet de l'épaisseur de glace sur la température de la couche abrasive (à l'interface pale/glace) .....	65
Figure 5-4 Distribution de la température dans la couche de glace pour une épaisseur de glace initiale de 0.0016 m .....	66
Figure 5-5 Température dans la couche supportant la résistance, à l'interface pale/glace, et dans la couche du substrat, en fonction du temps .....	68
Figure 5-6 Distribution de la température dans l'épaisseur du système .....	70

Figure 5-7 Épaisseur d'eau en fonction du temps à l'interface entre la pale et la couche de glace.....	71
Figure 5-8 Effet du décollement de la glace sur les températures.....	72
Figure 5-9 Cas de givrage étudié .....	75
Figure 5-10 Hauteur de glace au niveau du bord d'attaque .....	75
Figure 5-11 Coefficient de convection calculé après l'accumulation de la glace.....	77
Figure 5-12 Distribution de température dans le système de dégivrage et dans la couche de glace au niveau du bord d'attaque.....	78
Figure 5-13 Distribution de la température dans le système de dégivrage et dans la couche de glace au niveau du bord d'attaque ( $\Delta t = 0.001$ ).....	80
Figure 5-14 Distribution de température dans le système de dégivrage et dans la couche de glace avec un coefficient de convection calculé sur un profil sans glace.....	81

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3-1 Force d'adhésion de la glace à différents matériaux.....	36
Tableau 4-1 Valeurs des différentes variables pour les différents cas .....	44
Tableau 5-1 Données sur l'éolienne NASA/DOE Mod-0 100kW.....	74
Tableau I-1 Données sur les matériaux des différentes couches.....	92
Tableau II-2 Fichiers de sortie .....	95

## LISTE DES ANNEXES

Annexe I : Système de dégivrage typique en aéronautique.....	92
Annexe II : Manuel de l'utilisateur du programme de dégivrage.....	93



## LISTE DES SYMBOLES

### Symboles standards

$A$	surface considérée à la surface de la pale [ $m^2$ ]
$Bi$	nombre de Biot sans dimension [-]
$c_p$	capacité calorifique par unité de masse [ $J/kg/K$ ]
$c_{ps}$	capacité calorifique de la phase solide [ $J/kg/K$ ]
$c_{pl}$	capacité calorifique de la phase liquide [ $J/kg/K$ ]
$c_f$	coefficient de friction [-]
$F_{aéro}$	force aérodynamique [ $N$ ]
$F_c$	force centrifuge [ $N$ ]
$Fo$	nombre de Fourier sans dimension [-]
$H$	enthalpie [ $J/kg$ ]
$H_{ref}$	enthalpie de référence [ $J/kg$ ]
$H_{eau}$	hauteur d'eau [ $m$ ]
$H_{glace}$	hauteur de glace [ $m$ ]
$h$	coefficient de convection [ $W/m^2/K$ ]
$h_c$	coefficient de convection en régime laminaire [ $W/m^2/K$ ]
$k$	conductivité thermique [ $W/m/K$ ]
$k_s$	conductivité thermique de la phase solide [ $W/m/K$ ]
$k_l$	conductivité thermique de la phase liquide [ $W/m/K$ ]
$k_{rug}$	nombre de Reynolds local basé sur la hauteur de rugosité [-]
$L$	chaleur latente de fusion [ $J/kg$ ]
$L_{eau}$	largeur d'eau [ $m$ ]
$L_{glace}$	largeur de glace [ $m$ ]
$m$	masse de glace accumulée [ $kg$ ]

$NC$	nombre de couches dans la pale [-]
$Pr$	nombre de Prandtl sans dimension [-]
$Pr_t$	nombre de Prandtl pour un régime turbulent [-]
$Q_i$	taux de chaleur produit par unité de volume dans la couche $i$ [ $W/m^3$ ]
$q_i$	taux de chaleur produit par unité de surface dans la couche $i$ [ $W/m^2$ ]
$Re_x$	nombre de Reynolds basé sur la distance $x$ du début de couche limite [-]
$Re_\theta$	nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement [-]
$Re_k$	nombre de Reynolds basé sur la rugosité sans dimension [-]
$r$	rayon de la pale [ $m$ ]
$s$	abscisse curviligne [ $m$ ]
$s(t)$	position du front de phase dans la glace en fonction du temps [ $m$ ]
$St$	nombre de Stanton sans dimension [-]
$St_k$	nombre de Stanton basé sur la rugosité sans dimension [-]
$Ste$	nombre de Stefan sans dimension [-]
$T$	température [ $K$ ]
$T_i$	température dans la couche $i$ [ $K$ ]
$T_s$	température de la phase solide [ $K$ ]
$T_l$	température de la phase liquide [ $K$ ]
$T_f$	température de fusion de la glace [ $K$ ]
$T_\infty$	température à l'infini de l'écoulement externe [ $K$ ]
$T_{ref}$	température de référence [ $K$ ]
$t$	variable de temps [ $s$ ]
$u_\tau$	vitesse de cisaillement [ $m/s$ ]
$U$	variable quelconque utilisée pour exemple [-]
$V_\infty$	vitesse de l'écoulement à l'infini [ $m/s$ ]
$W$	vitesse locale induite [ $m/s$ ]
$x$	coordonnée spatiale [ $m$ ]

## Symboles grecs

$\alpha_i$	diffusivité de l'eau [ $m^2/s$ ]
$\delta$	représente l'épaisseur de la couche limite [ $m$ ]
$\varepsilon$	demi-intervalle de température pour le changement de phase [ $K$ ]
$\zeta$	constante de la solution analytique [-]
$\theta$	température adimensionnée [-]
$\theta_{ref}$	température de référence adimensionnée [-]
$\theta_t$	épaisseur de quantité de mouvement [ $m$ ]
$\lambda$	paramètre de gradient de pression adimensionné [-]
$\nu$	viscosité dynamique de l'air [ $kg/m/s$ ]
$\rho_i$	densité de la couche i [ $kg/m^3$ ]
$\rho_s$	densité de la phase solide [ $kg/m^3$ ]
$\rho_l$	densité de la phase liquide [ $kg/m^3$ ]
$\omega$	vitesse de rotation de l'éolienne [ $rad/s$ ]

## Indices

i	fait référence à la couche i
Int	fait référence au fait qu'il s'agit d'un noeud situé à une interface
j	fait référence au noeud j du maillage
s	fait référence à la phase solide de la glace
l	fait référence à la phase liquide de la glace (eau)
f	fait référence à la phase de fusion de la glace
k	basé sur la rugosité
x	basé sur l'épaisseur de couche limite

## Exposants

$*$	indique le fait que la variable est sans dimension
$n$	indique que le calcul est effectué au pas de temps $n$
$n+1$	indique que le calcul est effectué au pas de temps $n+1$

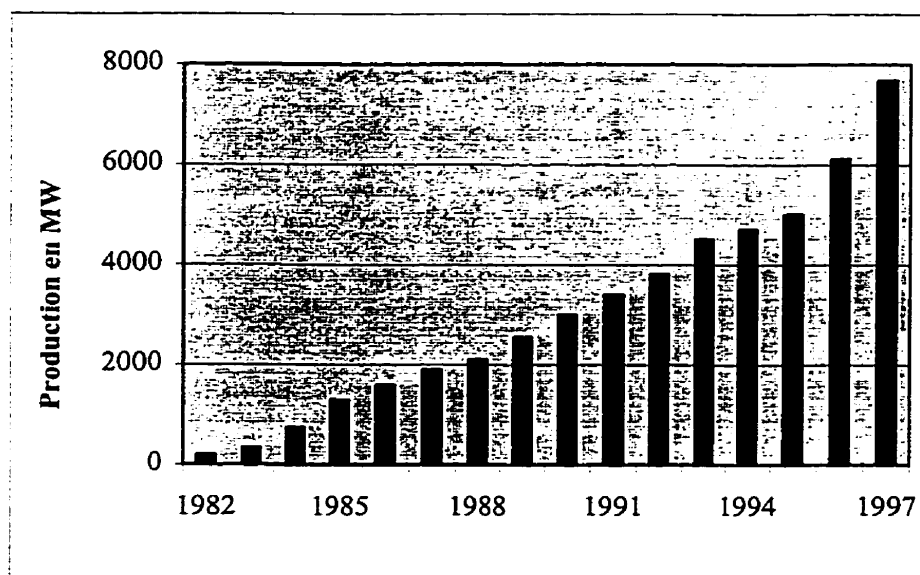
# Chapitre 1 Introduction

## 1.1 Généralités

Bien qu'utilisée dans le monde depuis des siècles, l'énergie éolienne fait partie des énergies moderne. En effet, selon les prévisions mondiales actuelles, le besoin en énergies renouvelables est incontestable pour le futur. La technologie éolienne représente une technologie énergétique qui convertie l'énergie du vent, source d'énergie durable, renouvelable et abondante, et qui s'inscrit parfaitement dans un contexte de développement à long terme. Les impacts environnementaux et les coûts sociaux de l'énergie éolienne sont les plus faibles parmi ceux associés à toutes les technologies de conversion d'énergie [1].

Dans le monde, plus de 26 000 grandes éoliennes sont installées, et un nombre inconnu de petites éoliennes. Une grande éolienne est une éolienne ayant une grande puissance nominale et destinée à la production d'énergie à des fins commerciales. Quant à elle, une petite éolienne a une puissance nominale de moins de 20 kW, environ, et produit de l'énergie essentiellement pour des particuliers ou pour de petites tâches domestiques (exemple : pompage d'eau). D'après Gipe [2], en 1995, la capacité mondiale de production d'énergie éolienne, essentiellement convertie en électricité, était estimée à 6500 MW. Actuellement elle se trouve à environ 7700 MW, et des prévisions indiquent qu'en l'an 2000 elle sera d'au moins 14 000 MW, et de 45 000 MW d'ici 10 ans. La figure 1-1 représente la production d'énergie éolienne dans le monde pour ces dernières

années, selon différentes sources. De plus, l'Agence Internationale de l'Énergie prévoit une décroissance de 20 à 35 % des coûts en capital pour l'énergie éolienne d'ici dix ans [1] ; les coûts en capital étant responsables d'environ 75 % des coûts du kWh éolien. Jusqu'ici, les fabricants d'éoliennes étaient des entreprises modestes, mais des regroupements devraient se produire et de grandes entreprises vont bientôt apparaître sur le marché. Dans de telles conditions, le prix d'une éolienne, fabriquée à de nombreux exemplaires, va diminuer et faire également diminuer le prix du kWh. Par ailleurs, les coûts de construction globaux sont influencés par la bonne intégration des projets à l'économie locale. Ainsi, lorsque plusieurs entreprises d'une région peuvent construire certains des éléments pour l'installation d'éolienne (fondations, mâts, ...), les emplois créés localement contribuent directement à la retombée économique d'un projet [3].



**Figure 1-1 Production d'énergie éolienne dans le monde de 1982 à 1997**

De plus, le marché de l'énergie est en pleine évolution sur le plan mondial. Les portefeuilles énergétiques des pays sont appelés à se diversifier en faisant une part plus

grande aux énergies renouvelables. Pour ne citer qu'un exemple, en février 1998, le gouvernement américain annonçait sa volonté de déréglementer le marché de l'électricité en imposant un pourcentage d'énergie renouvelable de l'ordre de 5,5 %. Dans un tel contexte, le développement de l'énergie éolienne est donc appelé à augmenter fortement.

Actuellement, l'énergie éolienne est une source d'énergie rentable lorsqu'elle est utilisée de façon complémentaire, afin de diminuer la charge d'un réseau électrique. C'est notamment le cas lors d'une augmentation des besoins énergétiques, comme en hiver par exemple, ou encore dans le cas de sites isolés où des génératrices diesel fournissent de l'électricité à un coût très élevé. Par contre, le prix du kWh, provenant de l'hydroélectricité ou du nucléaire, fourni par les grandes entreprises d'électricité, telles qu'Hydro-Québec ou l'EDF (Électricité de France) en France, est pour l'instant un peu plus bas qu'il le serait avec des éoliennes. Mais il faut savoir que l'énergie éolienne est loin d'être autant subventionnée que l'hydroélectricité ou le nucléaire [3] ! Enfin, la tendance actuelle à vouloir hausser les prix des énergies les plus polluantes, et la diminution du coût de revient de l'éolien peuvent laisser croire que l'énergie éolienne deviendra dans quelques années une des énergies les moins chères [1].

Au Canada, et tout particulièrement au Québec, l'énergie éolienne est considérée comme une source d'énergie intéressante particulièrement pour l'alimentation en électricité des communautés éloignées, non reliées au réseau principal d'Hydro-Québec, qui dépendent généralement des génératrices diesel. Avec l'hydroélectricité, l'énergie éolienne représente une autre ressource naturelle, renouvelable et exploitable. Ces deux ressources représentent un atout naturel du fait de leurs caractéristiques au plan de la production et de leur répartition sur le territoire. D'autre part, la Gaspésie prend actuellement son envol au niveau éolien [4] puisque, dès décembre 1998, 76 aérogénérateurs de 750 kW seront mis en service, puis 57 autres à la fin de l'année

1999. Ce parc éolien québécois va constituer l'un des plus grands parcs d'éoliennes du monde, avec 100 MW de puissance électrique. Plus de 10 000 foyers pourront ainsi profiter de cette énergie. Par la même occasion Hydro-Québec augmentera la part d'énergie renouvelable de son portefeuille énergétique.

## 1.2 La technologie des éoliennes

Les éoliennes, ou aérogénérateurs, sont généralement classées selon deux types, à savoir les éoliennes à axe horizontal et les éoliennes à axe vertical. La figure 1-2 montre des représentations de ces deux types d'éoliennes. Dans ces vingt dernières années, différentes configurations ont été développées, et il n'en est pas ressorti une configuration qui soit vraiment supérieure aux autres [5]. Par contre l'éolienne à axe horizontal est beaucoup plus populaire que l'éolienne à axe vertical. Par la suite, dans cette présente étude, l'attention sera essentiellement portée sur les éoliennes à axe horizontal, mais il faut savoir que de nombreux aspects restent pertinents pour les éoliennes à axe vertical.

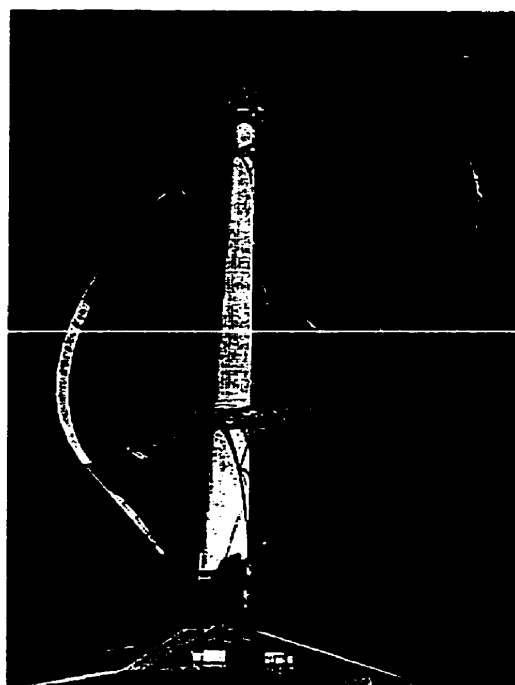
Le principe de fonctionnement des éoliennes réside dans la transformation de l'énergie cinétique du vent en énergie mécanique, le vent exerçant une force sur les pales qui entraînent à leur tour le rotor. L'énergie mécanique résultante est transformée en électricité dans la plupart des cas. Construites avec des matériaux de plus en plus résistants, les dimensions des éoliennes tendent à augmenter. Les grandes éoliennes actuelles, telles que celles installées en Gaspésie, ont une tour qui peut atteindre 40 m de haut, avec une hélice, ou rotor, de 30 m de diamètre. La nacelle, au sommet de la tour, est l'endroit où se trouve l'alternateur qui va transformer l'énergie mécanique en énergie électrique. L'hélice se met en rotation lorsque la vitesse du vent est d'un



minimum d'environ 3 m/s. L'exploitation d'une éolienne devient intéressante pour des vents d'au moins 7.5 m/s. Mais pour des raisons de sécurité, à partir de 25 m/s des systèmes de freinage interviennent afin de limiter la vitesse du rotor. Aujourd'hui la puissance d'une éolienne à axe horizontal peut atteindre 1.5 MW, et sous peu elle devrait atteindre 2 MW.



(a)



(b)

**Figure 1-2 Éoliennes à axe horizontal (a) et vertical (b)**

En hiver, la densité de l'air froid est plus élevée, et les vents plus forts et plus constants. Ces paramètres rendent l'énergie éolienne encore plus intéressante à exploiter. Cependant les conditions météorologiques rigoureuses telles que les basses températures, la neige et la glace nécessitent des adaptations particulières. C'est précisément la protection contre la glace qui fait l'objet de la présente étude.

## 1.3 Objectifs et motivations

Depuis plus d'une quinzaine d'années, des progrès technologiques significatifs ont été réalisés dans le but de faire de l'énergie éolienne une filière fiable et rentable. Ces progrès concernent, entre autres, l'amélioration de l'aérodynamique des pales, l'utilisation de nouveaux profils et de nouveaux matériaux plus légers et l'introduction de systèmes de contrôle électroniques. Malgré ces développements, l'utilisation des éoliennes dans les régions où les conditions climatiques sont sévères doit encore surmonter le problème du givrage des pales et des différents appareils de mesure. En effet, la glace qui résulte de la captation et de la congélation des gouttelettes d'eau surfondue, peut s'accumuler sur les pales, par temps froid. La couche de glace ainsi accumulée entraîne la détérioration des caractéristiques aérodynamiques et des performances de l'éolienne, ce qui réduit la production annuelle d'électricité. L'accumulation de glace peut amener éventuellement à la destruction complète de l'éolienne.

Dans certains pays, le développement de l'énergie éolienne se fait dans des régions où les conditions climatiques sont particulièrement difficiles, le potentiel éolien se trouvant concentré dans des régions côtières, arctiques ou subarctiques. Ainsi au Canada, en Allemagne, en Scandinavie et dans de nombreux pays d'Europe de l'Est, les conditions atmosphériques imposent des adaptations climatiques à l'installation d'aérogénérateurs.

La nécessité de protéger les éoliennes contre le givrage est reconnue depuis qu'elles sont installées dans les zones où le givrage est présent. Au Yukon, J. Maissan [6] a expérimenté différentes adaptations possibles pour le fonctionnement des éoliennes par temps froid telles que l'utilisation de peinture de couleur noire pour les pales, le

chauffage de certaines parties de l'éolienne (bord d'attaque des pales, des anémomètres, des contrôleurs, ...), une structure cylindrique pour la tour, etc. L'expérience acquise durant le fonctionnement des éoliennes par temps froid a déjà permis de diminuer les effets du givrage, d'améliorer les performances des éoliennes ainsi qu'un meilleur contrôle de la vitesse du vent à l'aide d'anémomètres adaptés aux conditions climatiques difficiles. Toutefois, ces recherches restent encore peu nombreuses et expérimentales. Aucune étude n'a réellement été faite quant à la modélisation de systèmes de chauffage et à leur conception.

La modélisation numérique de la formation de la glace sur les pales des éoliennes opérant dans des conditions de givrage a été étudiée précédemment à la Chaire J.A. Bombardier de l'École Polytechnique de Montréal [7]. L'étude a permis de connaître l'influence des paramètres atmosphériques et aérodynamiques sur la formation de la glace ainsi que la forme et la masse de glace accumulée sur les pales. Les résultats montrent de plus, que la chute de puissance d'une éolienne peut varier de 20 % à plus de 50 % dans des conditions extrêmes de givrage.

En se basant sur l'expertise acquise concernant le givrage des pales ainsi que l'aérodynamique des éoliennes, le travail qui suit présente un modèle numérique capable de simuler et d'évaluer les systèmes de dégivrage pour éolienne. Ces systèmes sont utilisés pour faire fondre la glace qui se forme sur les pales d'une éolienne opérant dans des conditions de givre ou de verglas. Ce travail vise à déterminer la distribution de la température et la puissance nécessaire pour garder, par temps froid, les pales de l'éolienne libres de glace. Les résultats obtenus permettent non seulement de connaître la quantité de chaleur qu'il faut pour fondre la glace accumulée sur les pales, mais aussi d'analyser l'efficacité des systèmes de dégivrage.

Pour mener à bien ce projet, cinq étapes ont été respectées. Tout d'abord, une étude des différents systèmes de protection contre le givrage a été effectuée. Ensuite, après le choix du système de dégivrage à étudier plus spécifiquement, une analyse du transfert de chaleur à travers des matériaux multicouches a été réalisée. Puis le problème du changement de phase dans la couche de glace accumulée a été analysé. Enfin, un critère de décollement de la glace a été étudié et appliqué. Une fois le module de dégivrage développé, il a été couplé au code numérique existant CANICE-WT.

## Chapitre 2 Le dégivrage des éoliennes

### 2.1 Le givrage des éoliennes

Le phénomène du givrage est un phénomène météorologique qui résulte de la captation et de la congélation de gouttelettes d'eau surfondue présentes dans l'atmosphère. La présence de glace sur les pales d'éolienne provoque d'importants effets sur les comportements aérodynamique et aéroélastique des pales, diminuant la production d'énergie de l'aérogénérateur [8]. Ce phénomène peut entraîner la destruction complète de la structure, dans le cas du givrage des mécanismes de contrôle de la vitesse lors de grands vents, par exemple. D'autre part, le givrage atmosphérique des éoliennes peut causer des dégâts matériels ou encore blesser des personnes qui se trouveraient dans l'entourage d'un rotor qui éjecterait la glace accumulée sur ses composantes.

D'après les recherches effectuées dans le cadre du projet sur l'étude de la formation de la glace sur les éoliennes [7], il a été constaté que la recherche sur le givrage éolien venait à peine de commencer tant au niveau expérimental que numérique [8, 9]. Pour plus de renseignements concernant cette première étude, le lecteur est invité à consulter le document qui s'y rapporte [7].

## **2.2 Les systèmes de protection contre le givrage**

Il existe deux méthodes de protection contre le phénomène de givrage. La première de ces méthodes est l'anti-givrage, qui consiste à éviter la formation de la glace sur une surface. La seconde méthode est le dégivrage qui consiste à enlever la glace une fois qu'elle est formée sur une surface. Différentes méthodes d'anti-givrage et de dégivrage sont présentées par la suite. Ces méthodes sont toutes issues du domaine de l'aéronautique [10].

### **2.2.1 Les méthodes d'anti-givrage**

L'anti-givrage d'une surface peut se faire de deux façons : chimiquement d'une part et thermiquement d'autre part. Le principe des substances chimiques antigel consiste à faire baisser le point de congélation de l'eau de telle sorte qu'elle ne gèle pas à 0°C mais à une température beaucoup plus basse. Ces substances peuvent être diffusées sur la surface à protéger par l'intermédiaire d'un matériau poreux. Le glycol est le produit chimique le plus fréquemment utilisé. Ce système est relativement onéreux et un entretien fréquent ainsi qu'une grande quantité de produit sont nécessaires. De plus, les produits chimiques étant quelque peu polluants, dans un contexte d'énergie "verte", il est intéressant de trouver une autre méthode de protection contre le givrage.

Les systèmes thermiques d'anti-givrage préviennent la formation de la glace en maintenant la température de la surface susceptible de glacer au-dessus du point de congélation (0°C). C'est, en quelque sorte, la solution idéale pour éviter le phénomène de givrage, mais elle requiert une source de chaleur importante. Ce système fonctionne très bien sur les avions qui disposent d'air chaud provenant directement des réacteurs

[11]. Par contre, pour le cas des hélicoptères, comme pour le cas des éoliennes, la chaleur doit être fournie par une autre source que la chaleur des réacteurs [12], ce qui introduit des coûts supplémentaires. Pour ces raisons, lorsque l'énergie disponible est limitée, il est préférable d'avoir recours à un système de dégivrage.

### 2.2.2 Les méthodes de dégivrage

Les systèmes de dégivrage sont moins efficaces que les systèmes d'anti-givrage puisqu'ils tolèrent un dépôt de glace sur les surfaces, ce qui a pour effet de diminuer quelque peu les performances des aéronefs ou des éoliennes. Mais ils constituent un bon compromis entre une diminution raisonnable des performances et une consommation d'énergie plus modérée. Il existe trois méthodes principales de dégivrage : les méthodes mécaniques et électromécaniques, les méthodes par électro-impulsion et les méthodes thermiques.

Les systèmes de dégivrage mécaniques sont basés sur la déformation de la surface à protéger. Cette déformation permet la fragmentation de la couche de glace déjà formée. La glace ainsi fragmentée perd son adhésion à la surface, ce qui entraîne son décollement à l'aide des forces aérodynamiques. Les boudins pneumatiques sont les moyens de déformation de la glace les plus communément utilisés. Ils sont, en général, fixés sur le bord d'attaque et sont gonflés de façon intermittente en situation de givrage. Une variante de ce système consiste à commander la dilatation des boudins pneumatiques par la répulsion électromagnétique de deux lames parcourues par un courant électrique. Cette modification permet, en plus de la fragmentation de la glace, de projeter les particules de glace au loin. Les méthodes de dégivrage mécaniques sont très performantes, elles demandent peu d'énergie et représentent des dispositifs assez légers. Pourtant leur entretien n'est pas négligeable et le fait que le profil original soit

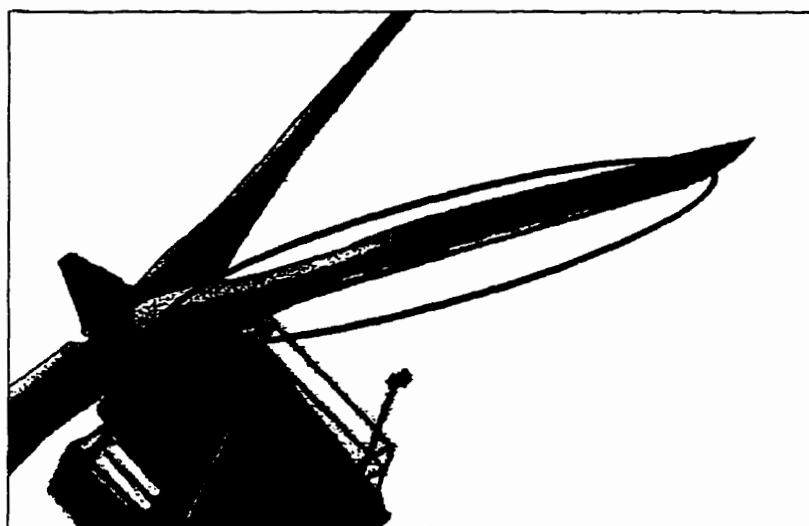
quelque peu modifié par la présence du dispositif entraîne des modifications dans les caractéristiques aérodynamiques. Ces méthodes sont fréquemment utilisées sur les voilures des petits avions (ex : Cessna 172) et des moyens (ex : Dash-8). Par contre pour les hélicoptères, comme pour les éoliennes, elles conviennent moins bien du fait de l'importance de l'augmentation de la traînée induite lors de la déformation, à laquelle les rotors sont très sensibles [12].

L'électro-impulsion est une méthode plus récente. Elle utilise également la fragmentation de la couche de glace, mais cette fois la glace est brisée, décollée puis expulsée de la surface par la décharge d'un courant électrique dans un inducteur, qui entraîne la flexion de la surface. Cette méthode de déformation de la surface permet d'éviter la modification physique du profil. Par contre, elle peut constituer une source d'interférences électromagnétiques potentiellement dangereuse pour les systèmes d'avionique des appareils. Le dispositif nécessaire à sa mise en place reste important [10] et encore assez peu pratique pour être installé sur des éoliennes.

Les méthodes de dégivrage thermiques sont essentiellement électrothermiques. Elles associent à la fois les effets thermiques et mécaniques. Lorsqu'un courant électrique traverse des résistances, celles-ci se mettent à chauffer. Le chauffage provoque la fusion de la glace, ce qui entraîne la formation d'un film d'eau à l'interface glace/pale et la diminution de la force d'adhésion de la glace au matériau. Sous l'effet des forces aérodynamiques, la couche de glace est ensuite arrachée. Le chauffage de la pale pourrait également être effectué à l'aide d'air chaud envoyé à l'intérieur de la pale, mais dans le cas des hélices ce type de système à air chaud reste très difficile à mettre en place [13].



Les systèmes de chauffage électrothermiques sont des systèmes faciles à mettre en place. Ils possèdent un temps de réponse peu élevé avant que la glace ne se mette à fondre, comparativement aux systèmes avec de l'air chaud. Ils sont coûteux en énergie électrique dans le cas de l'anti-givrage, mais dans un mode de dégivrage, leur consommation énergétique est relativement faible. Ces systèmes sont actuellement utilisés dans le cas du dégivrage des hélices d'un avion ou du rotor d'un hélicoptère. Au niveau des pales des éoliennes, qui peuvent être comparées à un rotor, ce système semble bien adapté, d'autant plus qu'il commence à être installé de façon expérimentale, voire même commerciale, dans le Yukon [14] et en Finlande [13]. La figure 2-1 représente un système de dégivrage installé sur des éoliennes. C'est ce type de système de dégivrage qui fait l'objet de l'étude présentée dans ce rapport.



**Figure 2-1 Système de dégivrage électrothermique installé sur une éolienne**

## **2.3 Revue bibliographique**

### **2.3.1 La modélisation du dégivrage en aéronautique**

Le phénomène du givrage des structures en aéronautique est un sujet qui intéresse fortement les constructeurs. Le givrage d'un avion ou d'un hélicoptère en vol affecte sérieusement ses performances et sa manoeuvrabilité. De ce fait, un aéronef ne peut voler en toute sécurité dans un grand nombre de régions du monde, sans moyen de protection contre le givre. Ainsi, la recherche dans ce domaine est réalisée aussi bien au niveau expérimental qu'au niveau de la modélisation numérique, qui constitue un moyen d'étude beaucoup moins coûteux. Divers centres de recherche, tels que la NASA aux États-Unis [15], l'ONERA en France [16], et la Chaire J.A. Bombardier de l'École Polytechnique de Montréal ont mis au point des modèles numériques de système de dégivrage et d'anti-givrage [11] et continuent leurs études dans le domaine.

Les premiers codes numériques de dégivrage développés par Stallabrass [17], Baliga [18], Marano [19] ou encore Roelke [20] étaient des codes monodimensionnels, instationnaires, qui simulaient le chauffage par résistance thermique d'une plaque plane composée de matériaux multicouches et recouverte d'une épaisseur constante de glace. Ces études insistent sur l'analyse des deux principaux problèmes de la simulation du dégivrage, à savoir l'analyse des échanges de chaleur dans une plaque composite et l'analyse du changement de phase dans la couche de glace. La simulation monodimensionnelle ne considère que les effets normaux à la surface de la pale. Elle néglige les effets des transferts de chaleur selon la corde et l'envergure, et la résistance est obligatoirement considérée comme continue le long du bord d'attaque du profil. Du fait de la simplicité de la représentation uni-directionnelle, la représentation numérique

est, elle aussi, simple. Cette approche donne des résultats acceptables pour un temps de calcul minimum. Elle constitue donc un bon choix pour les études de conception.

Par la suite, afin de tenir compte des espaces entre les résistances selon la courbure du profil au niveau de son bord d'attaque, des phénomènes de résistances multiples, de cycles de chaleur en fonction du temps, et de la variation de l'épaisseur de la couche de glace, une analyse bidimensionnelle, instationnaire, a été développée. Dans la plupart des études bidimensionnelles qui tiennent compte du changement de phase, le dégivreur est assimilé, comme dans le cas monodimensionnel, à une plaque composite. Le système de dégivrage est donc "développé", tel qu'il est avant l'assemblage sur le profil. Cette modélisation a été retenue par Stallabrass [17], Chao [21], Leffel [22], Wright [23] et Henry [12, 16] car elle est facile à élaborer et avantageuse au niveau du temps de calcul. Pour tenir compte de l'effet de courbure du bord d'attaque de façon pratique et des irrégularités de la couche de glace une approche en escalier ("staircase") a été utilisée [24]. Des représentations plus complètes ont également été réalisées utilisant notamment un maillage adaptatif, afin de prendre en compte la totalité de la géométrie de la pale [24].

Dans tous les cas, l'équation de conduction dans les différentes couches a été résolue par différences finies. Cette méthode permet la discrétisation spatiale et temporelle sous forme d'un maillage. Les propriétés de chaque noeud de ce maillage sont ensuite déterminées par un système d'équations représentant les équations différentielles initiales et intégrant les conditions aux limites du problème. La précision numérique de cette discrétisation dépend du schéma de différences finies utilisé, ainsi que des pas de temps et du maillage choisis. Après la discrétisation des équations, différentes techniques numériques peuvent être utilisées pour résoudre le système matriciel formé. Le choix de ces techniques dépend cependant de la méthode de discrétisation utilisée. Une étude de la littérature dans le domaine de la simulation du dégivrage montre la

grande variété des méthodes utilisées. Ainsi Stallabrass [17] a appliqué un schéma explicite pur, tandis que Baliga [18] a utilisé un schéma de Crank-Nicolson résolu par élimination de Gauss, que Marano [19] a utilisé un schéma de Crank-Nicolson résolu par itération de Gauss-Seidel et que Roelke [20] a appliqué un schéma implicite résolu par la technique des splines cubiques et élimination de Gauss.

Pour ce qui est de la modélisation du changement de phase, les méthodes de résolution ont beaucoup évolué avec le temps. Le problème de changement de phase est également connu sous le nom de problème de Stefan puisqu'il fut dans les premiers à proposer une solution analytique pour des cas simples (1891) [25]. La caractéristique fondamentale de ce problème est constituée par le fait que la position de l'interface entre la phase solide et la phase liquide est inconnue et mobile à la fois. Ainsi l'équation parabolique de conduction de la chaleur doit être résolue dans une région où la limite est également indéterminée. À cause de la non linéarité de tels problèmes, un principe simple de superposition n'est pas applicable et chaque cas doit être traité séparément. Quand les solutions exactes ne sont pas possibles, des approximations, des solutions semi-analytiques et des méthodes numériques doivent être utilisées [25].

Stallabrass [17] a modélisé le changement de phase simplement en maintenant un noeud à la température de fusion jusqu'à ce que suffisamment d'énergie ait été accumulée pour que la fusion du noeud puisse se produire. Dans le cas du dégivrage d'une plaque, la position exacte de l'interface solide/liquide n'est pas nécessairement à déterminer avec précision, l'évolution de la température dans les différentes couches étant le point intéressant. Ainsi, pour s'affranchir du calcul explicite du front de phase deux méthodes ont été développées dans le cas de la modélisation d'un système de dégivrage : la méthode de la capacité équivalente et la méthode enthalpique. Baliga [18] a utilisé la méthode de la capacité équivalente, proposée par Bonacina et al. [26], qui associe l'effet de la chaleur latente à un intervalle de température autour du point de

changement de phase. Chao [21], Leffel [22], Wright [23] et Henry [12] ont eux utilisé la méthode enthalpique de Voller et Cross [27]. Cette méthode consiste à représenter l'équation de la chaleur en utilisant l'enthalpie, et à relier cette enthalpie à la température par trois relations correspondant à chaque état du milieu : solide, en fusion et liquide. Les équations reliant l'enthalpie et la température ne sont pas linéaires, elles nécessitent donc un calcul itératif, qui introduit des oscillations pendant le changement de phase puisque la température à l'interface est maintenue à 0°C. Pour éliminer ces itérations, Raw et Schneider [28, 29] ont proposé une méthode qui effectue le changement de phase non plus en un point précis mais sur un intervalle de température, ainsi la relation entre l'enthalpie et la température est continue, l'enthalpie peut donc être éliminée au profit de la température. Cette méthode, ou MOAS (Method Of Assumed States) a été utilisée par Roelke [20] dans le cas monodimensionnel, et par Keith et De Witt [24], Wright [23] et Henry [12] dans le cas bi-dimensionnel. Elle constitue un outil à la fois précis et performant pour la simulation du changement de phase.

Par la suite, afin de simuler encore plus précisément les systèmes de dégivrage électrothermiques, Henry [16] et Wright [23] ont ajouté à leur modèle l'accumulation de glace et le décollement de la pellicule de glace. Pour la modélisation de l'accumulation de la glace lors du dégivrage, ils ont utilisé les codes qu'ils avaient à leur disposition tels que LEWICE pour Wright [23]. Pour ce qui est de la modélisation du décollement de la glace, des méthodes essentiellement empiriques sont utilisées.

Les plus récents codes modélisent le dégivrage en aéronautique en simulant la conduction et la fusion de la glace en trois dimensions [30]. Puis comme la représentation de la géométrie exacte en trois dimensions est difficile à mettre en oeuvre par différences finies, la méthode des éléments finis a été intégrée. Ainsi, des résultats plus adaptés sont possibles pour des géométries plus complexes [31, 32], et

l'étude de différents paramètres tels que la courbure des ailes ou encore l'intersection avec le fuselage, peut se faire plus facilement.

### **2.3.2 Le dégivrage des éoliennes**

Le cas du dégivrage des éoliennes est encore à son tout début. Seuls les Finlandais de VTT Energy ont pour l'instant mis un système de dégivrage au point [13]. La conception de ce système a été divisée en trois étapes. La première étape consiste à déterminer la surface à chauffer suivant l'envergure de la pale, et pour ce faire un code numérique modélisant l'accumulation de la glace à la surface de la pale a été utilisé. Lors de la seconde étape la surface à chauffer a été divisée selon la corde pour introduire différentes densités de chauffage. La dernière étape consiste à calculer numériquement la quantité de chaleur à utiliser en faisant le bilan d'énergie à la surface de la pale. Ces trois étapes ont permis la conception d'un système de dégivrage électrothermique appliqué aux pales d'éolienne. Cette méthode ne modélise pas le dégivrage qui a lieu lors de l'utilisation d'un tel système électrothermique.

Le système de dégivrage conçu numériquement est actuellement expérimenté sur des éoliennes dans la région de la Laponie en Finlande [33], et dans le Yukon au Canada, sur des éoliennes de la compagnie danoise BONUS [14]. Les premiers résultats de l'implantation de moyens de protection contre le givrage des éoliennes semblent encourageants, et le développement de l'énergie éolienne dans des régions où le climat est sévère devient plus réalisable.

L'étude présentée dans ce mémoire vient ajouter au domaine éolien un outil numérique permettant la conception de systèmes de dégivrage pour les pales d'éolienne à axe horizontal. Le modèle mathématique et la méthode numérique utilisés proviennent du

domaine aéronautique. Ils sont détaillés par la suite, et des résultats sont analysés afin d'offrir de premières données pour le design de tels systèmes.

## Chapitre 3 Modèle mathématique

### 3.1 Le modèle de dégivrage

#### 3.1.1 Choix du modèle

Une simulation monodimensionnelle a été choisie pour la modélisation du dégivrage, en insistant particulièrement sur la théorie et la modélisation du changement de phase. Dans le cas d'une pale d'éolienne, il était nécessaire de choisir un système de protection contre la glace qui soit à la fois efficace et assez peu coûteux en énergie. Tel que discuté dans le chapitre précédent, un système de dégivrage électrothermique constitue un bon compromis. D'une part, parce que dans le cas d'un rotor d'éolienne, les forces aérodynamiques et centrifuge étant importantes, le décollement de la couche de glace peut se faire dans de bonnes conditions. D'autre part, parce que la quantité d'énergie, nécessaire à son fonctionnement, reste raisonnable.

L'objectif principal du modèle numérique développé est de permettre la conception de systèmes de dégivrage électrothermiques, afin de protéger les pales d'éoliennes contre la glace qui s'accumule et ses effets sur le bon fonctionnement de l'éolienne. Le choix du modèle dépend également du contexte actuel au niveau de la recherche dans le domaine du dégivrage des éoliennes. En effet, très peu de centres de recherche travaillent sur le sujet, et l'expérience dans ce domaine est quasi inexistante. Une fois que des systèmes de dégivrage seront plus couramment installés et utilisés sur les

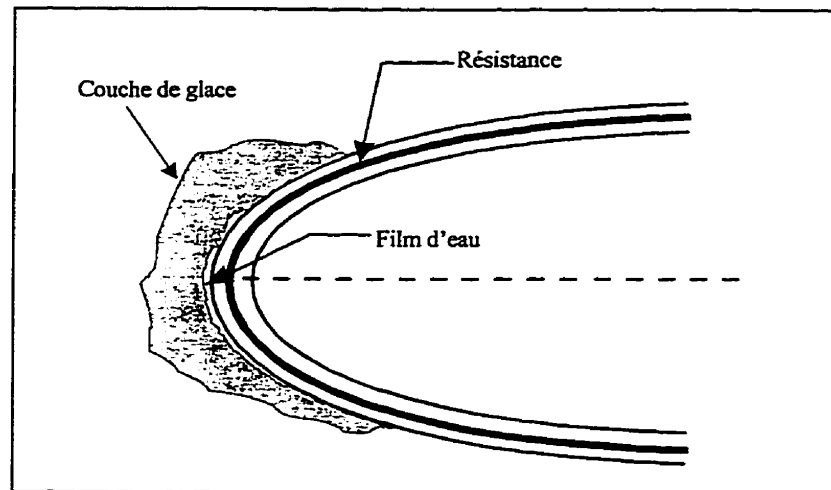


aérogénérateurs, des données expérimentales plus précises seront alors disponibles. De ce fait, le modèle numérique pourra être correctement validé et pourra être amélioré en fonction du degré de précision nécessaire. De plus, le groupe de recherche de l'École Polytechnique en est à ses débuts en matière de modélisation du dégivrage. Le choix d'une modélisation facile à mettre en oeuvre et efficace s'imposait. Il n'était pas question de faire une modélisation complexe. Les centres de recherche qui en sont rendus à ce stade, ont plusieurs années d'expérience dans le domaine.

Le calcul du givrage se faisant par panneaux [7], le calcul du dégivrage se fait également en un point de chaque panneau, à savoir le centre de ces panneaux. Les calculs peuvent ensuite être effectués sur plusieurs sections de la pale, ce qui a pour effet d'augmenter le temps de calcul d'autant plus de fois qu'il y a de sections. Une simulation monodimensionnelle est alors plus rapide qu'une simulation multidimensionnelle. De plus, une simulation multidimensionnelle nécessiterait une étude précise sur les méthodes numériques à utiliser, afin de trouver un compromis entre la performance du modèle et le temps de calcul.

Le système de dégivrage étudié dans le projet est un système électrothermique composé d'une résistance placée entre différentes couches de matériaux, sur la pale de l'éolienne, au niveau de la surface à dégivrer. L'étude précédemment effectuée sur la formation de la glace sur une pale d'éolienne [7] a permis de mieux connaître les limites d'accumulation de glace sur le bord d'attaque d'un profil, pour différentes sections radiales le long de la pale.

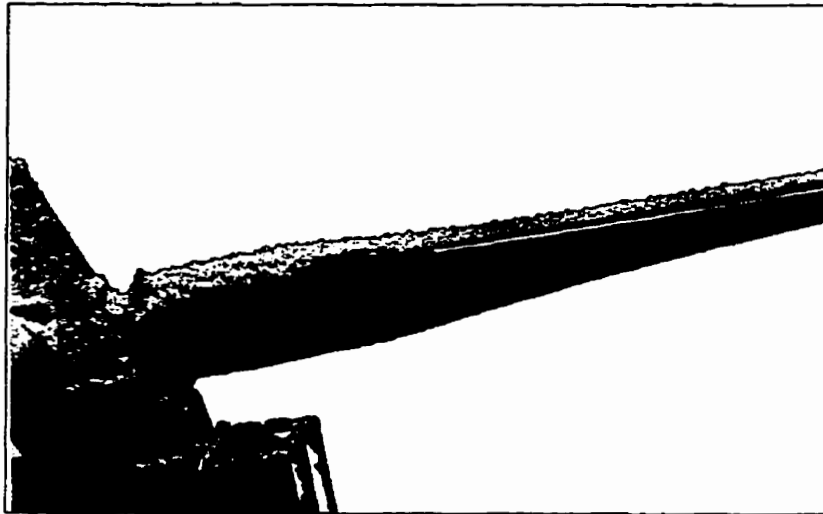
Le système électrothermique de dégivrage d'une pale d'éolienne peut être schématisé tel que présenté sur la figure 3-1. Suite au chauffage de la résistance, la fusion de la glace peut avoir lieu et un film d'eau apparaît à la surface de contact entre la glace et la surface de la pale.



**Figure 3-1 Schéma du système de dégivrage étudié**

Ce système de dégivrage est utilisé en aéronautique [16] et également de façon expérimentale sur les pales d'éolienne à axe horizontal. La figure 3-2 montre une pale d'éolienne sur laquelle est installé un tel système. Les conditions de givrage lors de la prise de cette photographie sont très sévères. Le système de chauffage installé ne permet pas le décollement de la glace formée sur l'extrados de la pale. Le système de dégivrage a besoin d'être mieux adapté à ces conditions extrêmes.

La simulation du dégivrage des pales d'éolienne comprend un modèle de dégivrage couplé avec un modèle aérodynamique et un modèle de givrage. Ces deux derniers modèles, correspondant au code CANICE-WT, ont été réactualisés avec la nouvelle version du code de simulation de la formation de la glace sur un profil d'aile d'avion, CANICE, disponible à la Chaire J.A. Bombardier de l'École Polytechnique [11].



**Figure 3-2 Système de dégivrage électrothermique utilisé pour le dégivrage des pales d'éolienne à axe horizontal**

### **3.1.2 Système modélisé**

La figure 3-3 représente un profil avec les différentes couches, dont la résistance, intervenant dans la conception d'un système électrothermique de dégivrage. Les éléments chauffants sont disposés au niveau du bord d'attaque du profil. Les différentes couches constituant le système choisi sont les suivantes :

- 1 - substrat métallique
- 2 - matériau isolant interne
- 3 - résistance chauffante
- 4 - matériau isolant externe
- 5 - couche abrasive, supportant le frottement de l'écoulement
- 6 - couche de glace

La couche d'isolant interne est en général d'une épaisseur double de la couche d'isolation externe afin de diriger le flux de chaleur vers l'extérieur tel que désiré, plutôt que vers l'intérieur de la pale. Le matériau constituant ces deux couches est en général de la fibre de verre. L'annexe I montre un exemple de matériaux, et de leurs propriétés, utilisés dans la conception d'un système de dégivrage en aéronautique.

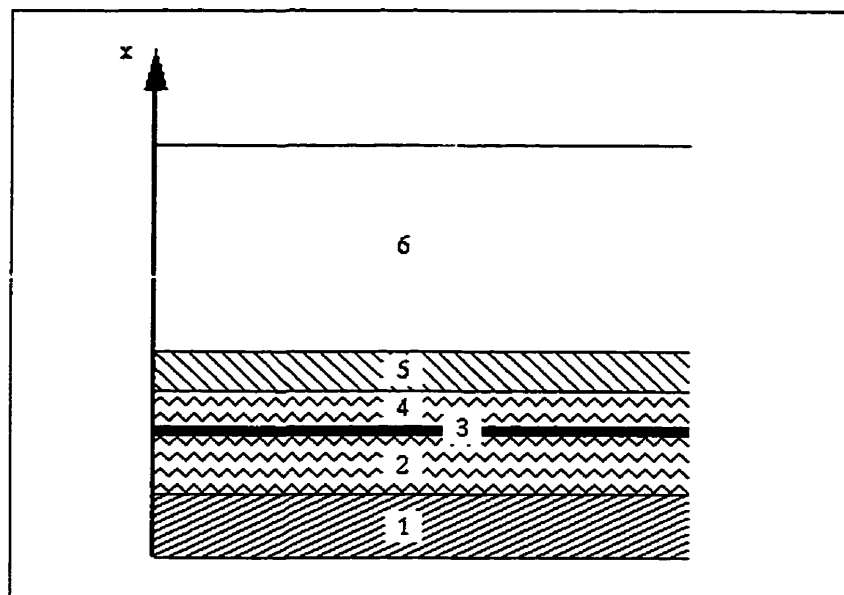


Figure 3-3 Représentation du modèle de dégivrage en 1-D

## 3.2 Hypothèses

Différentes hypothèses ont dû être posées afin de résoudre l'équation de la chaleur dans une plaque multicouche avec un changement de phase dans la couche supérieure, à savoir la couche de glace, et production interne de chaleur. Ces hypothèses sont les suivantes :

- les propriétés thermodynamiques des matériaux constituant les différentes couches du système de dégivrage sont indépendantes de la température ;
- à chaque interface entre deux couches de matériaux les contacts sont parfaits ;
- la température à l'infini en amont de l'écoulement et tous les coefficients de convection sont supposés constants ;
- la résistance chauffante est supposée d'épaisseur négligeable ;
- l'épaisseur de glace est constante au cours de la période de dégivrage, l'accumulation de glace lors du dégivrage est considérée comme négligeable ;
- le changement en densité dû à la fusion de la glace est négligeable, c'est-à-dire que l'effet de contraction du volume de la glace en fondant est négligeable ;
- lors du dégivrage, seuls les effets orthogonaux à la surface à dégivrer sont considérés, la modélisation est monodimensionnelle ;
- la glace ne contient pas d'impuretés.

### 3.3 Les équations générales

La modélisation du dégivrage d'une pale d'éolienne consiste à résoudre l'équation de conduction à travers différentes couches de matériaux et lors du changement de phase dans la couche de glace.

### 3.3.1 Dans les différentes couches de matériaux

Pour chaque couche, explicitée précédemment, et selon les hypothèses posées, l'équation différentielle régissant le transfert de chaleur est :

$$k_i \frac{\partial^2 T_i(x,t)}{\partial x^2} + Q_i = \rho_i c_{pi} \frac{\partial T_i(x,t)}{\partial t} \quad (3.1)$$

Avec  $i = 1, \dots, NC$

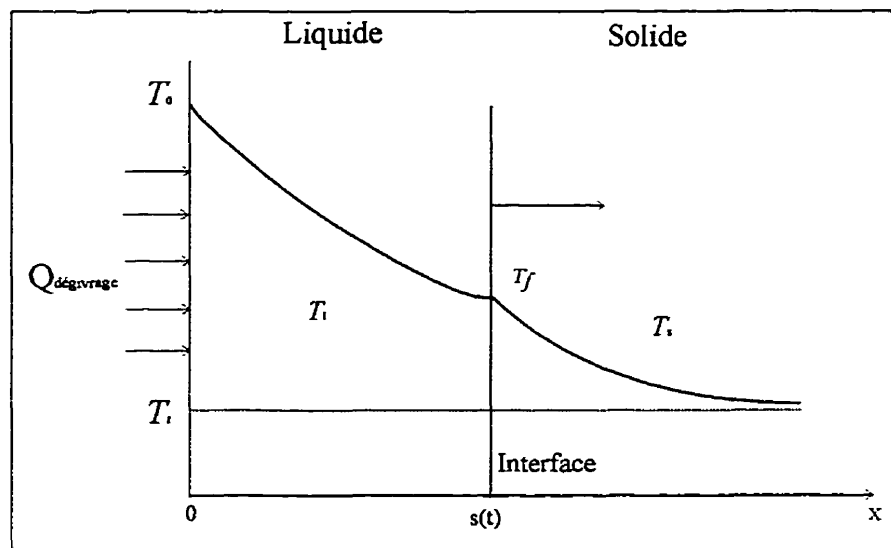
et

- $T_i$  : la température dans la couche  $i$
- $Q_i$  : le taux de chaleur produit par unité de volume dans la couche  $i$
- $\rho_i$  : la densité de la couche  $i$
- $c_{pi}$  : la capacité calorifique par unité de masse dans la couche  $i$
- $k_i$  : la conductivité thermique dans la couche  $i$
- $x$  : la coordonnée spatiale
- $t$  : la variable de temps
- $NC$  : le nombre de couches dans la pale

Le taux de chaleur  $Q_i$  est nul dans toutes les couches, excepté dans la couche où se trouve la résistance. C'est-à-dire, dans le cas choisi, la troisième couche. Ainsi le flux de chaleur pour la couche comportant la résistance est :  $Q_3 = Q_3(t)$ . Cependant, l'épaisseur de la résistance étant négligée, la résistance correspond à une source ponctuelle de chaleur et dans ce cas le taux de chaleur par unité de volume  $Q_3$  est nul. Il est gardé dans les équations par la suite dans le cas où une épaisseur non nulle de la résistance serait utilisée.

### 3.3.2 Dans la couche de glace

Une fois l'épaisseur de la couche de glace sur la surface de la pale déterminée, un flux de chaleur est introduit au niveau de la résistance. Le flux de chaleur se propage par conduction à travers les différentes couches du matériau composite, puis dans la couche de glace. Dans cette dernière, la propagation du flux de chaleur par conduction mène au changement de phase de la glace solide en eau liquide, en passant par une étape de changement de phase, également appelée état de fusion. La figure 3-4 représente la propagation de l'interface solide/liquide à travers l'épaisseur de la couche de glace.



**Figure 3-4 Représentation du changement de phase dans la pellicule de glace**

Les équations qui régissent le changement de phase dans la couche de glace, et qui représentent le problème de Stefan, sont :

- pour la phase solide :

$$k_s \frac{\partial^2 T_s(x,t)}{\partial x^2} = \rho_s c_{ps} \frac{\partial T_s(x,t)}{\partial t} \quad (3.2)$$

- pour la phase liquide :

$$k_l \frac{\partial^2 T_l(x,t)}{\partial x^2} = \rho_l c_{pl} \frac{\partial T_l(x,t)}{\partial t} \quad (3.3)$$

À l'interface solide/liquide, l'équation représentant la propagation du changement de phase est la suivante :

$$k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} - k_l \frac{\partial T_l}{\partial x} = \rho L \frac{ds(t)}{dt} \quad (3.4)$$

À l'interface solide/liquide la condition de continuité ci-après est appliquée :

$$T_s(x,t) = T_l(x,t) = T_f \quad (3.5)$$

Dans ces dernières équations (3.2 à 3.5), les variables utilisées représentent :

$T_s(x,t)$ :	la température de la phase solide en fonction de la position $x$ et du temps $t$
$T_l(x,t)$ :	la température de la phase liquide en fonction de la position $x$ et du temps $t$
$\rho_s, \rho_l$ :	les densités des phases solide et liquide
$c_{ps}, c_{pl}$ :	les capacités calorifiques des phases solide et liquide
$k_s, k_l$ :	les conductivités thermiques des phases solide et liquide
$L$ :	la chaleur latente de fusion
$s(t)$ :	la position de l'interface
$T_f$ :	la température de fusion de la glace (0°C)



### 3.3.3 Les conditions aux limites

#### À l'interface entre deux couches

Pour tenir compte des différences de propriétés et pour un contact parfait à l'interface entre deux couches, la température et le flux de chaleur sont continus, ce qui se traduit mathématiquement par :

$$T_i \Big|_{Int.} = T_{i+1} \Big|_{Int.} \quad (3.6)$$

$$-k_i \frac{\partial T_i}{\partial x} \Big|_{Int.} = -k_{i+1} \frac{\partial T_{i+1}}{\partial x} \Big|_{Int.} \quad (3.7)$$

où  $i$  et  $i+1$  représentent, respectivement, la  $i$ ème couche et la  $i+1$ ème couche. L'indice  $Int.$  indique l'interface entre deux couches.

#### À la surface d'implantation de la résistance

La résistance est considérée comme une source ponctuelle, dont l'épaisseur est négligeable. Ainsi la condition à la frontière qui est appliquée à la surface représente l'interface entre les deux couches isolantes du système avec un flux de chaleur sur l'une des deux. C'est pourquoi à l'interface d'implantation de la résistance l'équation régissant le phénomène de conduction est la suivante :

$$-k_i \frac{\partial T_i}{\partial x} \Big|_{Int.} + q_i' = -k_{i+1} \frac{\partial T_{i+1}}{\partial x} \Big|_{Int.} \quad (3.8)$$

avec  $q_i'$  le taux de chaleur produit par unité de surface. L'équation (3.6) reste valable pour cette interface également.

### À la surface inférieure de la pale

À la surface inférieure de la pale, c'est-à-dire à l'interface entre le substrat métallique et l'intérieur de la pale, la condition limite appliquée est une condition de flux convectif. En effet, il a été considéré que de l'air se trouvait à l'intérieur de la pale et que de la convection naturelle avait lieu. Le coefficient de convection dans la pale, pour un cas de convection naturelle, est donc petit (de l'ordre de  $15 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ). L'équation représentant cette condition limite est :

$$k_i \left. \frac{\partial T_i}{\partial x} \right|_0 = h_0 (T_i|_0 - T_0) \quad (3.9)$$

L'indice  $0$  indique la surface interne de la pale,  $h_0$  représente le coefficient de convection à la surface interne de la pale, et  $T_0$  représente la température moyenne de l'air dans la pale.

### À la surface supérieure de la pale

À la surface supérieure de la pale, deux cas sont à considérer suivant que la surface de la pale est recouverte de glace ou non. Dans le cas où il n'y a pas de glace à la surface de la pale, la condition limite à appliquer à cette interface entre la couche abrasive de la pale et l'écoulement extérieur est une condition de flux convectif. L'équation représentative est alors :

$$-k_i \left. \frac{\partial T_i}{\partial x} \right|_j = h_{j+1} (T_i|_{j+1} - T_\infty) \quad (3.10)$$

avec

$h_{j+1}$  : le coefficient de transfert de chaleur à l'interface entre la couche abrasive et le milieu extérieur

$T_{\infty}$  : la température à l'infini de l'écoulement externe

Dans le cas où une couche de glace se trouve à la surface de la pale, à l'interface externe entre la glace et l'écoulement, la condition aux limites à appliquer est également une condition de flux convectif. L'équation représentative de cette condition est identique au cas sans glace (équation (3.10)), avec un coefficient de transfert de chaleur correspondant cette fois à celui de l'interface entre la couche de glace et l'écoulement.

Dans ces deux cas, le coefficient de convection est calculé lors de la formation de la glace à la surface de la pale. Il représente une variable importante dans l'analyse thermodynamique, puisqu'il permet de déterminer les pertes de chaleur dues à l'écoulement et le taux d'évaporation de l'eau. Ce coefficient de convection est élevé en raison de la vitesse importante de l'air à l'extérieur.

### 3.3.4 Calcul du coefficient de convection

Le coefficient de convection, ou coefficient de transfert de chaleur, est calculé lors de l'analyse thermodynamique dans le module de formation de la glace de CANICE-WT. Pour le déterminer, il est tout d'abord nécessaire de savoir si l'écoulement est laminaire ou turbulent. Pour se faire, il faut résoudre les équations de couche limite avec la méthode intégrale de Thwaites [7] afin de trouver la transition entre les régimes laminaire et turbulent. Le critère de Von Doenhoff indique qu'il y a transition lorsque le nombre de Reynolds local basé sur la hauteur de rugosité,  $k_{rug}$ , est supérieur à 600. Ce qui se traduit par :

$$Re_k = \frac{u_k k_{rug}}{\nu} \geq 600 \quad (3.11)$$

La vitesse  $u_k$  est la vitesse dans la couche limite pour une hauteur de rugosité  $k_{rug}$  et elle est donnée par l'équation de Polhausen :

$$\frac{u_k}{u_e} = \frac{2k_{rug}}{\delta} - 2\left(\frac{k_{rug}}{\delta}\right)^3 + \left(\frac{k_{rug}}{\delta}\right)^4 + \frac{1}{6} \frac{\delta^2}{\nu} \frac{du_e}{ds} \frac{k_{rug}}{\delta} \left(1 - \frac{k_{rug}}{\delta}\right)^3 \quad (3.12)$$

où  $u_e$  est la vitesse de surface obtenue par le calcul potentiel du champ de vitesse autour du profil et l'épaisseur de quantité de mouvement  $\theta_l$  donnée par Thwaites [34]:

$$\frac{\theta_l^2}{\nu} = \frac{0.45}{u_e^6} \int_0^s u_e^5 ds \quad (3.13)$$

$\delta$  représente l'épaisseur de la couche limite elle est égale à :

$$\delta = 8.51\theta_l \quad (3.14)$$

Deux autres critères sont également utilisés dans la dernière version du code CANICE-WT. Ils permettent une meilleure détermination de la transition dans le cas où il y a décollement dans un écoulement laminaire et dans le cas où la rugosité de la surface est faible. Ainsi, pour la couche limite laminaire la méthode de Thwaites [34] est utilisée, mais lorsqu'il y a possibilité de décollement laminaire le critère suivant est appliqué afin de forcer la transition de la couche limite et de continuer les calculs :

$$\lambda < -0,0842 \quad (3.15)$$

avec  $\lambda$  le paramètre de gradient de pression adimensionné :

$$\lambda = \frac{\theta_l^2}{\nu} \frac{du_e}{dx} \quad (3.16)$$

Dans le deuxième cas, celui où la rugosité de la surface est faible, en présence d'une paroi quasi lisse il arrive que le décollement de la couche limite ne se produise pas tel qu'il devrait normalement avoir lieu. Le critère de Michel [34], non basé sur la rugosité,

permet de prévoir ce décollement, et d'ainsi permettre la transition entre les régimes laminaire et turbulent de l'écoulement. Il se traduit par :

$$Re_\theta > 1,174 \left( 1 + \frac{2240}{Re_x} \right) Re_x^{0,46} \quad (3.17)$$

avec le nombre de Reynolds basé sur la distance  $x$  du début de la couche limite :

$$Re_x = \frac{x u_e}{\nu} \quad (3.18)$$

et le nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement :

$$Re_\theta = \frac{\theta_l u_e}{\nu} \quad (3.19)$$

Une fois que le régime laminaire ou turbulent de l'écoulement est déterminé, le calcul du coefficient de convection peut s'effectuer.

Pour un écoulement d'air laminaire, le coefficient de convection est calculé à partir du nombre de Stanton. Le nombre de Stanton pour une couche limite laminaire, sur un profil choisi, à une température de surface constante, pour un nombre de Prandtl de 0,7 (dans le cas de l'air) et à densité constante est [35] :

$$St = 0.418 \frac{\nu^{0.5} u_e^{0.435}}{\left( \int_0^x u_e^{1.87} dx \right)^{0.5}} \quad (3.20)$$

Les définitions des nombres de Stanton et de Prandtl sont respectivement :

$$St = \frac{h_c}{u_e \rho c_{p,air}} \quad (3.21)$$

$$Pr = \frac{\nu \rho c_{p,air}}{k} \quad (3.22)$$

Le coefficient de convection en régime laminaire est :

$$h_c = St \rho u_e c_{p,air} \quad (3.23)$$

ce qui donne

$$h_c = 0.2926 \frac{k}{\sqrt{\nu}} \frac{u_e^{1.435}}{\left( \int_0^x u_e^{1.87} \right)^{0.5}} \quad (3.24)$$

Comme pour un écoulement laminaire, le coefficient de convection pour un écoulement turbulent est calculé à partir du nombre de Stanton (équation (3.23)). Mais cette fois ci, le nombre de Stanton pour un régime turbulent est donné par [35]:

$$St = \frac{c_f / 2}{Pr_t + \frac{\sqrt{c_f / 2}}{St_k}} \quad (3.25)$$

avec  $c_f$  le coefficient de friction. Le nombre de Prandtl pour un régime turbulent  $Pr_t$  est 0,9 pour l'air, et pour cette valeur le nombre de Stanton basé sur la rugosité  $St_k$  est fonction également du nombre de Reynolds basé sur la rugosité  $Re_k$  :

$$St_k = 0.8 Re_k^{-0.2} Pr^{-0.44} \quad (3.26)$$

avec

$$Re_k = \frac{u_\tau k_{rug}}{\nu} \quad (3.27)$$

où la vitesse de cisaillement est :

$$u_\tau = u_e \sqrt{\frac{c_f}{2}} \quad (3.28)$$

et le coefficient de friction :

$$c_f/2 = \frac{0.168}{\ln^2 \left( 864 \frac{\theta_t}{k_{rug}} \right)} \quad (3.29)$$

avec l'épaisseur de quantité de mouvement turbulente :

$$\theta_t = \left[ \frac{0.0156}{u_e^{4.11}} \int_0^x u_e^{3.86} dx \right]^{0.8} + \theta_t \quad (3.30)$$

### 3.4 Décollement de la pellicule de glace

Lorsque suffisamment de chaleur est appliquée à la pale recouverte de glace, un film d'eau se forme et diminue fortement l'adhérence entre la paroi et la glace. Les forces aérodynamiques enlèvent alors les morceaux de glace accumulés à la surface. La modélisation du décollement de la glace, une fois qu'un film d'eau s'est créé, s'avère difficile à effectuer. La plupart des modèles de décollement développés s'appuient sur des données expérimentales.

Le décollement de la pellicule de glace de la surface de la pale est déterminé selon la hauteur du film d'eau créé par le chauffage de la pale à la surface de celle-ci. Le décollement de la glace résulte de la combinaison des effets mécaniques et des effets thermiques, et il survient lorsque les forces aérodynamiques et centrifuge sont supérieures à la force d'adhésion de la glace à la surface de la pale.

Pour un rayon  $r$  de la pale, la force centrifuge est [8] :

$$F_c = \omega^2 r m = \frac{W^2 m}{r} \quad (3.31)$$

où  $W$  est la vitesse locale induite à la section de la pale de rayon  $r$  et  $m$  la masse de glace accumulée :

$$m = \rho A H_{\text{glace}} \quad (3.32)$$

où  $h$  est l'épaisseur de la glace sur le profil, et  $A$  la surface considérée.

Ainsi, la force centrifuge par unité de surface est la suivante :

$$F_c = \rho_g H_{\text{glace}} r \omega^2 = \frac{\rho_g H_{\text{glace}} W^2}{r} \quad (3.33)$$

Pour que la pellicule de glace à la surface du profil se décolle, il est nécessaire que la force d'adhésion de la glace sur la surface de la pale soit inférieure à la valeur de la force centrifuge  $F_c$ . Cette force d'adhésion dépend de la nature du matériau. Le tableau suivant donne la force d'adhésion de la glace solide à certains matériaux, pour une température de  $-10^\circ\text{C}$  [8] :

**Tableau 3-1 Force d'adhésion de la glace à différents matériaux**

Matériau	Force d'adhésion de la glace (kPa)
Acier	900
Peinture d'époxy	400
PVC	90
Téflon	40



Typiquement, pour une éolienne à axe horizontal, de rayon de pale 12.5 m, à une vitesse de 60 m/s, ayant une épaisseur de glace de 1 cm, d'une densité de 700 kg/m<sup>3</sup>, en bout de pale la force, par unité de surface, est d'environ 2 kPa. Dans ce cas, même avec une surface en Téflon, la force centrifuge ne parviendra pas à elle seule, à décoller la pellicule de glace. Des recherches sur les matériaux restent donc à poursuivre afin d'obtenir des surfaces permettant une adhésion minimum de la glace. Makkonen [8], en Finlande, continue ses recherches dans ce domaine afin de mettre au point des matériaux ayant de plus faibles forces d'adhésion (de l'ordre de 10 kPa).

À l'effet de la force centrifuge, il faut ajouter l'effet de la force aérodynamique :

$$F_{aéro} = \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 A C_F \quad (3.34)$$

Wright [36] a proposé un modèle de décollement de la glace afin de déterminer si la somme des forces externes, aérodynamiques et centrifuge, est supérieure à la somme des forces "tenant" la glace à la surface de la pale. Ces forces, qui maintiennent la glace collée à la surface, sont les forces d'adhésion et de tension de la glace. Wright a déterminé ces deux forces à l'aide de résultats expérimentaux. Dans le cas présent, cette méthode de modélisation n'a pu être retenue faute de données expérimentales disponibles. Cependant, il est intéressant de noter que Stallabrass [37] a effectué une étude expérimentale sur la force d'adhésion de la glace à certains matériaux. Ses résultats montrent que la force d'adhésion de la glace sur le Téflon dépend très peu de la température. Pour des températures supérieures à -15°C, il s'avère que l'acier inoxydable est meilleur que le Téflon du point de vue de la force d'adhésion de la glace. Par contre pour des températures inférieures à -15°C, le Téflon reste le meilleur matériau pour minimiser l'adhésion de la glace sur une surface.

Le modèle de décollement choisi dans cette présente étude est le modèle utilisé par Henry [16]. Au lieu d'utiliser un critère basé sur un bilan des forces, il introduit deux critères basés sur le film d'eau formé à l'interface entre la glace et la pale après chauffage de la résistance du système de dégivrage. Le premier critère compare l'épaisseur d'eau à l'épaisseur de glace, et le second critère compare la largeur du film d'eau à la largeur de glace accumulée. Ces deux critères peuvent être représentés mathématiquement par :

$$H_{eau} / H_{glace} = C_1 \quad (3.35)$$

pour le premier critère, où  $H_{eau}$  et  $H_{glace}$  sont les épaisseurs respectives d'eau et de glace ; et par :

$$L_{eau} / L_{glace} = C_2 \quad (3.36)$$

pour le second critère, où  $L_{eau}$  et  $L_{glace}$  sont les largeurs respectives d'eau et de glace.

Les variables  $C_1$  et  $C_2$  devraient être déterminées à l'aide de données expérimentales, mais, dans le cas présent, elles constituent des variables choisies de façon arbitraire comme données d'entrée du code numérique puisque les données expérimentales ne sont pas disponibles. Le chapitre 5, qui traite des résultats, présente un exemple d'application de ces critères.

## Chapitre 4 Méthode numérique

### 4.1 Le module de dégivrage

#### 4.1.1 La méthode enthalpique

Les équations, décrites au chapitre précédent, pour les différentes couches de matériaux du système de dégivrage, ainsi que les équations permettant la résolution du changement de phase dans la couche de glace, sont écrites sous la forme enthalpique selon la méthode de Raw et Schneider [28, 29].

Les équations (3.1), (3.2) et (3.3), représentant respectivement l'équation de la chaleur dans les différentes couches de matériaux, dans la phase solide et dans la phase liquide de la couche de glace, s'écrivent sous la forme enthalpique avec l'équation suivante :

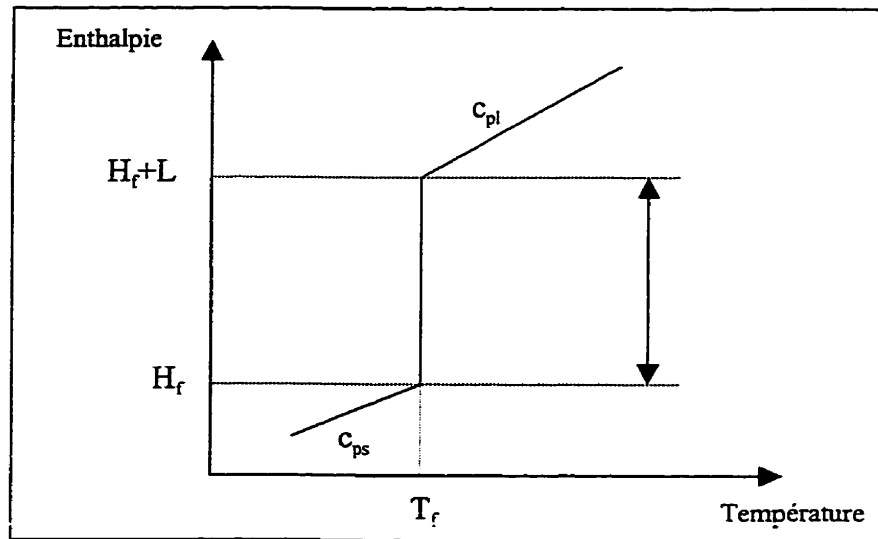
$$\rho_i \frac{\partial H_i}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k_i \frac{\partial T_i}{\partial x} \right) + Q_i \quad (4.1)$$

L'indice  $i$  faisant référence au numéro de la couche considérée. Le premier membre représente la variation d'énergie interne au cours du temps. La variation de la pression en fonction du temps est négligeable.

L'enthalpie et la température sont liées par l'équation d'état suivante :

$$H - H_{ref} = c_p (T - T_{ref}) \quad (4.2)$$

L'indice *ref* fait allusion à des valeurs de références pour l'enthalpie et la température.



**Figure 4-1 Diagramme Enthalpie-Température, changement de phase à  $T_f$**

L'équation (4.2) est linéaire dans le cas des différentes couches de matériau, mais elle est non linéaire dans le milieu glace/eau. Le changement de phase dans ce milieu introduit une discontinuité. La figure 4-1 représente un diagramme de l'enthalpie en fonction de la température au niveau de la température de fusion  $T_f$ . Il est clair qu'à cette température correspondent plusieurs valeurs de l'enthalpie. Pour résoudre cette discontinuité, Raw et Schneider [28, 29] proposent de considérer le changement de phase sur un intervalle de température  $2\varepsilon$ . La valeur de  $\varepsilon$  est petite, typiquement de l'ordre de  $10^{-4}$  °C, ce qui permet un grand changement d'enthalpie pour un petit changement en température, dans la région de fusion. La figure 4-2 illustre le changement de phase sur un intervalle de température de  $2\varepsilon$ . Dans cet intervalle l'enthalpie varie de  $H_{ref}$  à  $H_{ref} + L$ ,  $L$  étant la chaleur latente de fusion de la glace. Par ce moyen, la relation entre l'enthalpie et la température est maintenant linéaire.

Physiquement, cette méthode revient à considérer que la glace est non pure et que sa fusion en eau se fait sur une zone de transition.

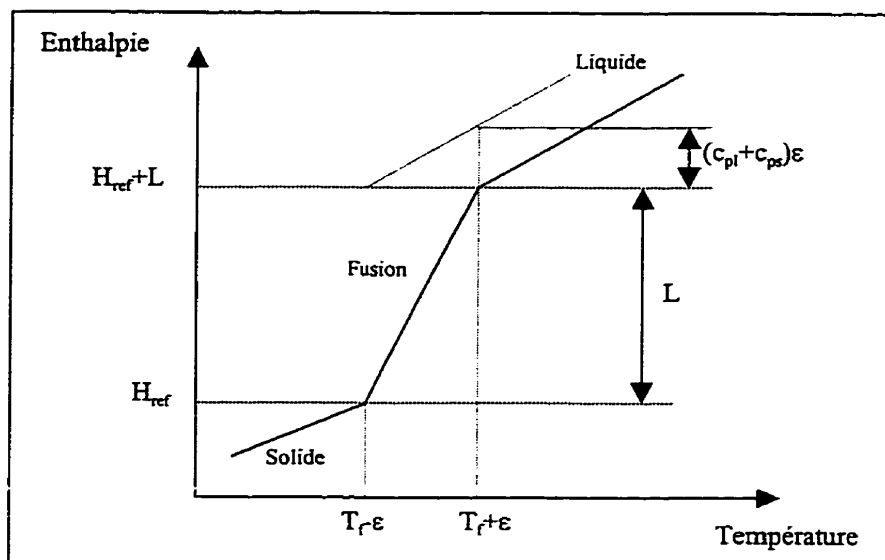


Figure 4-2 Diagramme de changement de phase sur un intervalle de  $2\varepsilon$

La valeur  $\varepsilon$ , qui représente le demi-intervalle de température, est petite. De ce fait, la méthode de Raw et Schneider néglige le produit  $(c_{ps} + c_{pl})\varepsilon$  qui est petit par rapport à la chaleur latente  $L$ .

Ainsi, les équations d'état reliant l'enthalpie et la température pour les quatre cas distincts à résoudre, pour un changement de phase de la glace sur un intervalle de température, sont :

- pour les différentes couches de matériaux :

$$H_i = H_{ref} + c_{pi} [T_i - (T_f - \varepsilon)] \quad (4.3)$$

- pour la phase de glace solide,  $T_i < T_f - \varepsilon$  :

$$H_i = H_{ref} + c_{ps} [T_i - (T_f - \varepsilon)] \quad (4.4)$$

- pour l'intervalle de changement de phase,  $T_f - \varepsilon < T_i < T_f + \varepsilon$  :

$$H_i = H_{ref} + \frac{L}{2\varepsilon} [T_i - (T_f - \varepsilon)] \quad (4.5)$$

- pour la phase d'eau liquide,  $T_i > T_f + \varepsilon$  :

$$H_i = H_{ref} + L + c_{pl} [T_i - (T_f + \varepsilon)] \quad (4.6)$$

avec  $H_{ref}$  l'enthalpie de référence, c'est-à-dire l'enthalpie pour la glace en fusion à  $T_f - \varepsilon$ .

## 4.1.2 Analyse dimensionnelle

### 4.1.2.1 Variables adimensionnelles

Les paramètres adimensionnels, utilisés pour les différentes coordonnées et variables du problème, sont ceux proposés par Raw et Schneider [29].

$$x^* = \frac{x}{b}$$

avec  $b$  : la longueur de référence, qui est dans ce cas l'épaisseur totale des différentes couches incluant la couche de glace.

$$\varepsilon^* = \frac{\varepsilon}{(T_f - T_\infty)}$$

avec  $T_\infty$  : la température de référence, qui est dans ce cas la température de l'écoulement externe ; et  $T_f$  la température de fusion de la glace.

Les différents paramètres suivants sont adimensionnés par rapport aux caractéristiques de la phase liquide :

$$k^* = \frac{k}{k_l}$$

$$c_p^* = \frac{c_p}{c_{p_l}}$$

$$\rho^* = \frac{\rho}{\rho_l}$$

Le nombre de Fourier représente le temps adimensionné :

$$Fo = \frac{\alpha_l t}{b^2}$$

avec  $\alpha_l = \frac{k_l}{\rho_l c_{p_l}}$  correspondant à la diffusivité thermique de l'eau

Le nombre de Biot représente le paramètre adimensionné du coefficient de convection. Il s'écrit comme suit :

$$Bi = \frac{bh}{k_l}$$

avec  $h$  le coefficient de convection.

Le nombre de Stefan, paramètre important du problème de Stefan, est :

$$Ste = \frac{c_{p_l}(T_f - T_\infty)}{L}$$

Le nombre de Stefan est associé au processus de changement de phase. Il signifie l'importance de la chaleur "sensible" par rapport à la chaleur latente. Le nombre de Stefan est en général plus petit que 0.1 [25].

Enfin, la température, l'enthalpie et la densité de puissance sans dimension reviennent à :

$$\theta = \frac{T - T_f}{T_f - T_\infty} \quad H^* = \frac{H - H_{ref}}{c_{pi}(T_f - T_\infty)} \quad q^* = \frac{qb}{k_l(T_f - T_\infty)}$$

#### 4.1.2.2 Équations adimensionnelles

L'équation (4.1) peut donc s'écrire sous la forme adimensionnée suivante :

$$\rho_i^* \frac{\partial H_i^*}{\partial Fo} = \frac{\partial}{\partial x^*} \left( k_i^* \frac{\partial \theta_i}{\partial x^*} \right) + Q_i^* \quad (4.7)$$

Et les équations (4.3) à (4.6) s'écrivent sous la forme adimensionnée suivante :

$$H_i^* = H_{ref} + c_{pi}^* (\theta_i - \theta_{ref}) \quad (4.8)$$

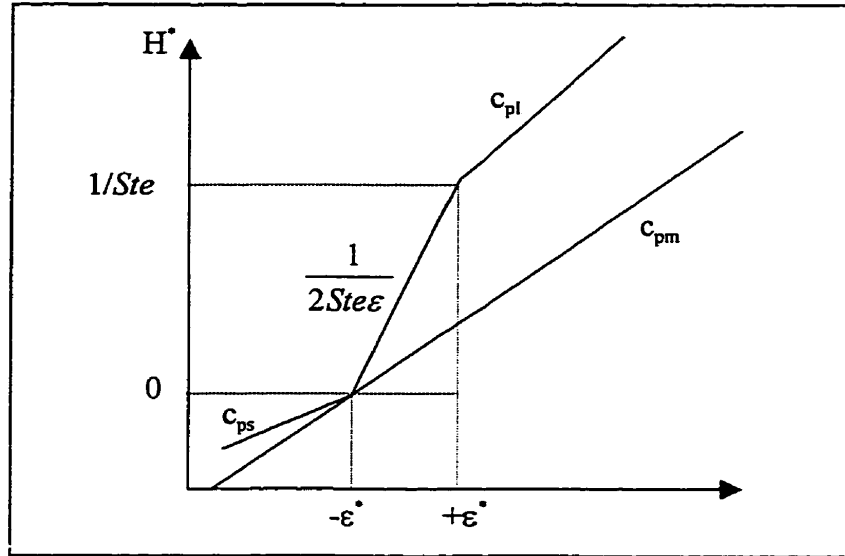
avec pour les différents cas représentés :

**Tableau 4-1 Valeurs des différentes variables pour les différents cas**

i	$H_{ref}$	$c_{pi}$	$\theta_{ref}$	$\theta$
Matériau	0	$c_{pm}$	$-\epsilon$	-
Glace solide	0	$c_{ps}$	$-\epsilon$	$< -\epsilon$
Glace en fusion	0	$\frac{1}{2Ste\epsilon}$	$-\epsilon$	$> -\epsilon$ et $< +\epsilon$
Eau liquide	$\frac{1}{Ste}$	1	$+\epsilon$	$> +\epsilon$



L'équation (4.8), pour les différents cas présentés ci-dessus, peut être illustrée par la figure 4-3.



**Figure 4-3 Diagramme Enthalpie-Température, variables adimensionnées**

Dans le cas des équations représentant les conditions aux limites décrites dans le chapitre 3, la formulation adimensionnée est respectivement pour les équations (3.6) à (3.10) :

$$\theta_i|_{Int.} = \theta_{i+1}|_{Int.} \quad (4.9)$$

$$-k_i^* \frac{\partial \theta_i}{\partial x^*} \Big|_{Int.} = -k_{i+1}^* \frac{\partial \theta_{i+1}}{\partial x^*} \Big|_{Int.} \quad (4.10)$$

$$-k_i^* \frac{\partial \theta_i}{\partial x^*} \Big|_{Int.} + q_i'^* = -k_{i+1}^* \frac{\partial \theta_{i+1}}{\partial x^*} \Big|_{Int.} \quad (4.11)$$

$$k_i^* \frac{\partial \theta_i}{\partial x^*} \Big|_0 = Bi_0 (\theta_{i,0} - \theta_0) \quad (4.12)$$

$$-k_i^* \frac{\partial \theta_i}{\partial x^*} \Big|_j = Bi_{j+1} (\theta_{i,j+1} - \theta_\infty) \quad (4.13)$$

Pour plus de clarté au niveau du texte, par la suite, la marque d'adimensionnement \*, ne sera plus indiquée. À partir de ce point les variables apparaissant dans les équations sont donc considérées sans dimension.

### 4.1.3 Discrétisation des équations

#### 4.1.3.1 Schéma de discrétisation

Le schéma de discrétisation utilisé pour la résolution numérique du problème est un schéma implicite pur. Il est précis à l'ordre 1 en temps et à l'ordre 2 en espace. Les dérivées spatiales sont évaluées au pas de temps  $n+1$ . L'épaisseur constituée des différentes couches est discrétisée en éléments de contrôle ou mailles unidimensionnelles. La figure 4.4 illustre ces différentes couches de l'épaisseur.

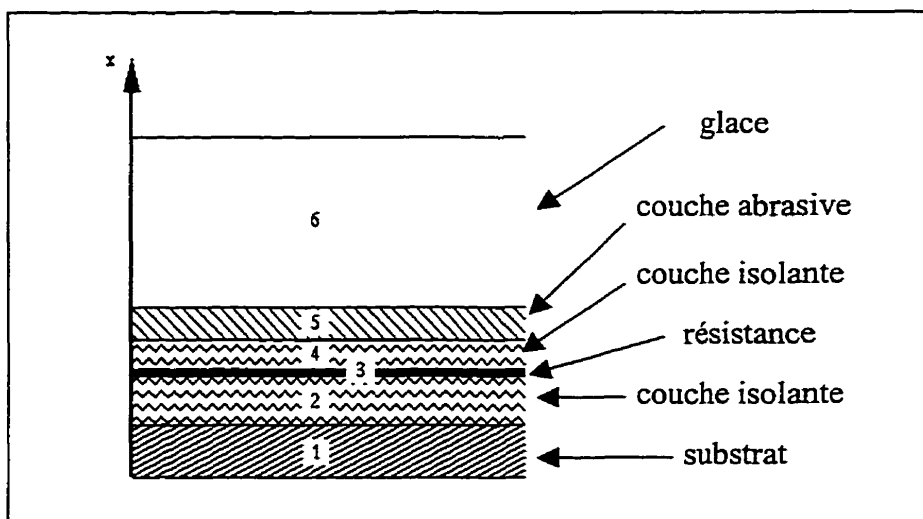
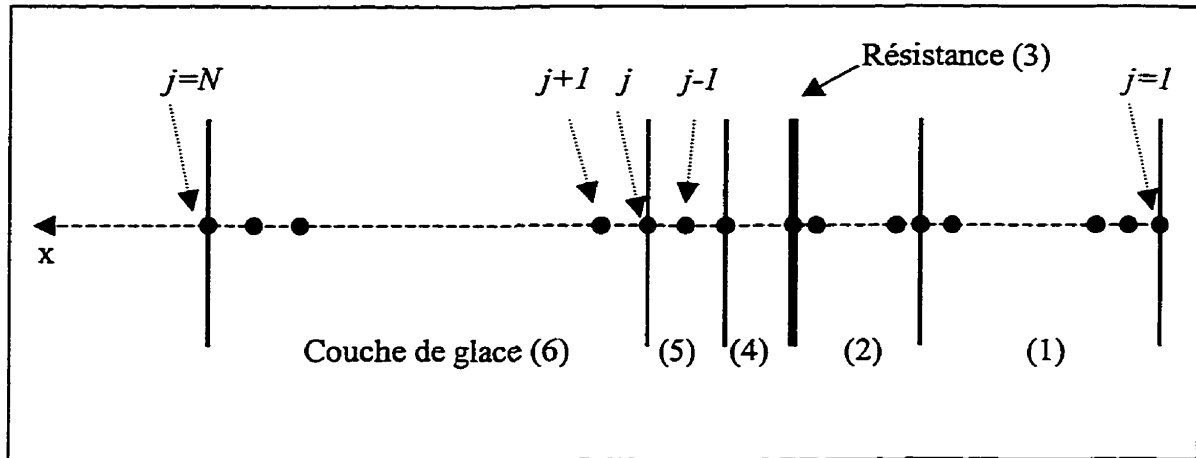


Figure 4-4 Illustration des différentes couches du système de dégivrage

La figure 4.5 représente un exemple de maillage utilisé dans les différentes couches. Les numéros indiqués représentent ces différentes couches, illustrées à la figure 4.4



**Figure 4-5 Représentation unidimensionnelle du maillage utilisé**

La discrétisation spatiale utilise un schéma aux différences finies centré d'ordre deux. Les dérivées d'une variable  $U$  en fonction du temps sont :

$$\left. \frac{\partial U}{\partial x} \right|_j = \frac{U_{j+1} - U_{j-1}}{2(\Delta x)} + o(\Delta x)^2 \quad (4.14)$$

$$\left. \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right|_j = \frac{U_{j+1} - 2U_j + U_{j-1}}{2(\Delta x)^2} + o(\Delta x)^2 \quad (4.15)$$

Les indices  $j-1$ ,  $j$  et  $j+1$  représentent des nœuds adjacents. Le pas d'espace  $\Delta x$  est constant dans une couche, mais peut varier d'une couche à l'autre.

De plus, il est nécessaire pour la suite de considérer le développement suivant :

$$\left. \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial U}{\partial x} \right) \right|_j = \frac{k_{j+1/2}(U_{j+1} - U_j) - k_{j-1/2}(U_j - U_{j-1})}{(\Delta x)^2} + o(\Delta x)^2 \quad (4.16)$$

$k_{j+1/2}$  et  $k_{j-1/2}$  sont les valeurs moyennes des conductivités thermiques entre les nœuds  $j+1$  et  $j$ , et les nœuds  $j$  et  $j-1$  respectivement :

$$k_{j+1/2} = \frac{k_{j+1} + k_j}{2} \quad (4.17)$$

$$k_{j-1/2} = \frac{k_{j-1} + k_j}{2} \quad (4.18)$$

Pour la dérivée par rapport au temps de cette même variable  $U$ , la différence finie d'ordre deux est dans le cas d'un schéma implicite pur :

$$\left. \frac{\partial U}{\partial t} \right|_j^{n+1} = \frac{U_j^{n+1} - U_j^n}{\Delta t} + o(\Delta t)^2 \quad (4.19)$$

$\Delta t$  représente le pas de temps.

#### 4.1.3.2 Équations générales

L'équation (4.8), qui représente le transfert de chaleur dans les différentes couches, peut donc être discrétisée de la façon suivante :

$$\rho_j \left( \frac{H_j^{n+1} - H_j^n}{\Delta F_o} \right) = \frac{k_{j+1/2}(\theta_{j+1}^{n+1} - \theta_j^{n+1}) - k_{j-1/2}(\theta_j^{n+1} - \theta_{j-1}^{n+1})}{(\Delta x)^2} + Q_j \quad (4.20)$$

Quant à elle, l'équation (4.9), qui représente les différentes relations de l'enthalpie et la température, peut être discrétisée comme suit pour un pas de temps  $n+1$  :

$$H_j^{n+1} = c_{p,j} \theta_j^{n+1} + (H_{ref} - c_{p,j} \theta_{ref})^{n+1} \quad (4.21)$$

L'équation (4.20) peut être réécrite comme suit :

$$H_j^{n+1} - H_j^n = \frac{\Delta Fo}{\rho_j (\Delta x)^2} [k_{j+\frac{1}{2}}(\theta_{j+1}^{n+1} - \theta_j^{n+1}) - k_{j-\frac{1}{2}}(\theta_j^{n+1} - \theta_{j-1}^{n+1})] + Q_j \frac{\Delta Fo}{\rho_j} \quad (4.22)$$

Afin d'alléger la notation, les variables suivantes ont été posées :

$$k_+ = k_{j+\frac{1}{2}} \frac{\Delta Fo}{\rho_i (\Delta x)^2} \quad (4.23)$$

$$k_- = k_{j-\frac{1}{2}} \frac{\Delta Fo}{\rho_i (\Delta x)^2} \quad (4.24)$$

En combinant les équations (4.21) et (4.22) précédentes, l'équation résultante est :

$$\begin{aligned} & -\theta_j^{n+1} (c_{p_j}^{n+1} + k_+ + k_-) - \theta_{j+1}^{n+1} k_+ - \theta_{j-1}^{n+1} k_- \\ & = \theta_j^n c_{p_j}^n - (H_{ref} - c_{p_j} \theta_{ref})^{n+1} + (H_{ref} - c_{p_j} \theta_{ref})^n + \frac{\Delta Fo}{\rho_j} Q_j \end{aligned} \quad (4.25)$$

ou encore

$$b \theta_{j-1}^{n+1} + d \theta_j^{n+1} + a \theta_{j+1}^{n+1} = c \quad (4.26)$$

avec

$$\begin{aligned} a &= k_+^{n+1} \\ b &= k_-^{n+1} \\ d &= -(c_{p_j} + k_+ + k_-)^{n+1} \\ c &= -c_{p_j}^n \theta_j^n + Z_j^{n+1} - Z_j^n - \frac{\Delta Fo}{\rho_j} Q_j \end{aligned}$$

où

$$Z_j = H_{ref} - c_{p_j} \theta_{ref}$$

La variable  $Z_j$  dépend des propriétés thermophysiques des matériaux. Celles-ci sont considérées constantes suivant la température, excepté dans le cas de la couche de glace dont les propriétés vont changer selon la phase solide, en fusion ou liquide.

La résolution de cette équation pour les différents noeuds du maillage revient à résoudre le système matriciel suivant :

$$\begin{pmatrix} d_1 & a_1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ b_2 & d_2 & a_2 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & b_3 & d_3 & a_3 & & & \vdots \\ 0 & & b_4 & d_4 & a_4 & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & & 0 \\ \vdots & & & & \ddots & \ddots & a_{N-1} \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & b_N & d_N \end{pmatrix}^{n+1} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \theta_N \end{pmatrix}^{n+1} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ c_N \end{pmatrix} \quad (4.27)$$

L'indice  $N$  correspond au nombre total de noeuds du maillage. Le membre de gauche de l'équation (4.28) est calculé pour un pas de temps de  $n+1$ , alors que le membre de droite comprend à la fois des variables déterminées au pas de temps  $n$  et au pas de temps  $n+1$ . Cependant il est nécessaire d'y inclure les différentes conditions aux limites.

#### 4.1.3.3 Conditions aux limites

Comme cela a été le cas précédemment pour les équations générales, les équations illustrant les conditions aux limites, (4.9) à (4.13), sont à leur tour discrétisées. Les indices utilisés  $i$  et  $j$  représentent respectivement la couche considérée et le nœud considéré.

### Interface entre deux couches

Dans ce cas,  $j$  est le nœud se trouvant à l'interface entre deux couches  $i$  et  $i+1$ . Les équations (4.9) et (4.10) discrétisées sont respectivement :

$$\theta_{i,j} = \theta_{i+1,j} \quad (4.28)$$

$$-k_i \frac{\theta_{i,j+1}^{n+1} - \theta_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta x_i} = -k_{i+1} \frac{\theta_{i+1,j+1}^{n+1} - \theta_{i+1,j-1}^{n+1}}{2\Delta x_{i+1}} \quad (4.29)$$

Les températures  $\theta_{i,j+1}$  et  $\theta_{i+1,j-1}$  sont des températures "fictives", puisque le nœud  $j+1$  dans la couche  $i$  n'existe pas et respectivement le nœud  $j-1$  dans la couche  $i+1$  n'existe pas non plus. Ces températures fictives peuvent être éliminées de l'équation (4.29) en développant l'équation (4.25) au nœud  $j$  pour les couches  $i$  et  $i+1$  :

$$-\theta_{i,j}^{n+1} (c_{p_{i,j}}^{n+1} + k_{+,i} + k_{-,i}) - \theta_{i,j+1}^{n+1} k_{+,i} - \theta_{i,j-1}^{n+1} k_{-,i} = \theta_{i,j}^n c_{p_{i,j}}^n + Z_i^{n+1} + Z_i^n \quad (4.30)$$

$$-\theta_{i+1,j}^{n+1} (c_{p_{i+1,j}}^{n+1} + k_{+,i+1} + k_{-,i+1}) - \theta_{i+1,j+1}^{n+1} k_{+,i+1} - \theta_{i+1,j-1}^{n+1} k_{-,i+1} = \theta_{i+1,j}^n c_{p_{i+1,j}}^n + Z_{i+1}^{n+1} + Z_{i+1}^n \quad (4.31)$$

Puis, en combinant les équations (4.28) à (4.31) et en éliminant les températures fictives, à l'interface entre deux couches l'équation à résoudre pour trouver la température du nœud  $j$  est :

$$b_j \theta_{j-1}^{n+1} + d_j \theta_j^{n+1} + a_j \theta_{j+1}^{n+1} = c_j \quad (4.32)$$

avec

$$a_j = k_{+,i} \frac{\Delta x_i}{\Delta x_{i+1}} \frac{k_{i+1}}{k_i} \left( 1 + \frac{k_{+,i+1}}{k_{-,i+1}} \right)$$

$$b_j = k_{-,i} + k_{+,i}$$

$$\begin{aligned}
d_j &= - \left[ \left( c_{p_{j,i}} + k_{+,i} + k_{-,i} \right) + \frac{\Delta x_i}{\Delta x_{i+1}} \frac{k_{i+1}}{k_i} \frac{k_{+,i}}{k_{-,i+1}} \left( c_{p_{j,i+1}} + k_{+,i+1} + k_{-,i+1} \right) \right] \\
c_j &= - \left( c_{p_{j,i}} + c_{p_{j,i+1}} \frac{\Delta x_i}{\Delta x_{i+1}} \frac{k_{i+1}}{k_i} \frac{k_{+,i}}{k_{-,i+1}} \right) \theta_j^n + Z_j^{n+1} - Z_j^n \\
&\quad + \frac{\Delta x_i}{\Delta x_{i+1}} \frac{k_{i+1}}{k_i} \frac{k_{+,i}}{k_{-,i+1}} \left( Z_{j+1}^{n+1} - Z_{j+1}^n \right)
\end{aligned}$$

### Surface d'implantation de la résistance

L'équation (4.11) et l'équation (4.9) sont discrétisées de la même façon que pour le cas précédent, ce qui revient à résoudre l'équation (4.32)

$$b_j \theta_{j-1}^{n+1} + a_j \theta_j^{n+1} + u_j \theta_{j+1}^{n+1} = c_j \quad (4.33)$$

avec cette fois ci les variables suivantes :

$$\begin{aligned}
a_j &= k_{+,i} \frac{\Delta x_i}{\Delta x_{i+1}} \frac{k_{i+1}}{k_i} \left( 1 + \frac{k_{+,i+1}}{k_{-,i+1}} \right) \\
b_j &= k_{-,i} + k_{+,i} \\
d_j &= - \left[ \left( c_{p_{i,j}} + k_{+,i} + k_{-,i} \right) + \frac{\Delta x_i}{\Delta x_{i+1}} \frac{k_{i+1}}{k_i} \frac{k_{+,i}}{k_{-,i+1}} \left( c_{p_{i+1,j}} + k_{+,i+1} + k_{-,i+1} \right) \right] \\
c_j &= - \left( c_{p_{i,j}} + c_{p_{i+1,j}} \frac{\Delta x_i}{\Delta x_{i+1}} \frac{k_{i+1}}{k_i} \frac{k_{+,i}}{k_{-,i+1}} \right) \theta_j^n + Z_i^{n+1} - Z_i^n \\
&\quad + \frac{\Delta x_i}{\Delta x_{i+1}} \frac{k_{i+1}}{k_i} \frac{k_{+,i}}{k_{-,i+1}} \left( Z_{i+1}^{n+1} - Z_{i+1}^n \right) - 2 \frac{k_{+,i}}{k_i} \Delta x_i q_i
\end{aligned}$$

La différence avec les cas précédents réside ici dans l'ajout du terme de flux de chaleur dans le coefficient  $c_j$ .



### Surface intérieure de la pale

À cette interface entre le milieu interne de la pale et la première couche du système de dégivrage la surface  $i=1$  et le point auquel la condition limite est appliquée est  $j=1$ . L'équation (4.12) discrétisée devient alors :

$$k_1 \frac{\theta_{1,2}^{n+1} - \theta_{1,0}^{n+1}}{2\Delta x_1} = Bi_0 (\theta_{1,1}^{n+1} - \theta_0) \quad (4.34)$$

Dans cette équation, la température  $\theta_{1,0}$  est une température fictive. En combinant les équations (4.34) et (4.25) appliquées au noeud  $j=1$ , cette température est éliminée et l'équation à résoudre à cette interface est l'équation (4.35)

$$b_1 \theta_0^{n+1} + d_1 \theta_1^{n+1} + a_1 \theta_2^{n+1} = c_1 \quad (4.35)$$

avec les coefficients suivants :

$$a_1 = k_{-,1} + k_{+,1}$$

$$b_1 = 0$$

$$d_j = -c_{p,i,1} - k_{+,1} - k_{-,1} - 2Bi_0 \Delta x_1 \frac{k_{-,1}}{k_1}$$

$$c_j = -c_{p,i,1} \theta_{1,1}^n - 2Bi_0 \Delta x_1 \frac{k_{-,1}}{k_1} \theta_0$$

### Surface extérieure de la pale

À l'interface entre la dernière couche considérée  $i$ , c'est-à-dire la couche abrasive de la pale ou la couche de glace, et l'écoulement externe l'équation (4.13) discrétisée au noeud  $j$  est :

$$-k_i \frac{\theta_{i,j+1}^{n+1} - \theta_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta x_i} = Bi_{j+1} (\theta_{i,j}^{n+1} - \theta_\infty) \quad (4.36)$$

La température  $\theta_{i,j+1}$  est une température fictive et, comme dans le cas précédent, elle est éliminée en combinant les équations (4.36) et (4.25) appliquées au nœud  $j$ . L'équation à résoudre revient donc à :

$$b_j \theta_{j-1}^{n+1} + d_j \theta_j^{n+1} + a_j \theta_{j+1}^{n+1} = c_j \quad (4.37)$$

avec les coefficients suivants :

$$a_j = 0$$

$$b_j = k_{-,j} + k_{+,j}$$

$$d_j = -c_{p,i,j} - k_{+,j} - k_{-,j} - 2Bi_{j+1} \Delta x_j \frac{k_{-,j}}{k_j}$$

$$c_j = -c_{p,j,1} \theta_{1,1}^n - Z_j^{n+1} - Z_j^n - 2Bi_{j+1} \Delta x_j \frac{k_{-,j}}{k_j} \theta_\infty$$

### 4.1.1 Résolution du système

Une fois la discrétisation des différentes équations effectuée, le système matriciel (4.27) reste à résoudre. Ce système peut être mis sous la forme de l'équation suivante :

$$[A]^{n+1} \{\theta\}^{n+1} = [B]^n \{\theta\}^n + \{C\}^{n+1} + \{D\}^n \quad (4.38)$$

Les matrices  $[C]$  et  $[D]$  dépendent uniquement des propriétés des matériaux des nœuds, elles sont donc connues aux pas de temps  $n$  et  $n+1$ . Le système à résoudre peut donc être réduit au type de système suivant :

$$[A]^{n+1} \{\bar{\theta}\}^{n+1} = [\bar{B}] \quad (4.39)$$

Dans l'équation (4.39), la matrice du membre de droite est équivalente au membre droit de l'équation (4.38).

Les éléments déterminés au pas de temps  $n+1$  dans les matrices  $[A]$  et  $[B]$  de (4.39) ne varient pas dans les différentes couches de matériaux puisque les propriétés des matériaux sont indépendantes de la température. Par contre, dans la couche de glace ces propriétés vont varier fortement au niveau du changement de phase. Cette non linéarité nécessite une méthode de résolution itérative. Comme cela a déjà été discuté auparavant (chapitre 2) la méthode utilisée dans la présente étude est une méthode proposée par Raw et Schneider [28, 29] : la "Method of Assumed States" ou MOAS.

#### **4.1.3.4 Méthode MOAS**

La méthode MOAS de Raw et Schneider permet une résolution globale du changement de phase et consiste en une prédiction-correction de la phase de chaque noeud à chaque pas de temps.

Au pas de temps  $n+1$ , la phase de chaque noeud de la couche de glace est supposée identique à la phase du noeud au pas de temps précédent. Le système matriciel (4.39) est alors résolu directement, et la méthode utilisée est présentée par la suite. La nouvelle distribution de température obtenue permet de déterminer la nouvelle phase de chaque noeud dans la couche de glace. Pour chaque noeud, cette phase est comparée à la précédente selon deux règles décrites ultérieurement et elle est modifiée si nécessaire. Le calcul de la température est effectué de nouveau et ce procédé itératif est répété jusqu'à ce que la distribution de température dans la couche de glace ne varie plus. Le champ de température obtenu à la fin de ce procédé itératif constitue le champ

de température pour le pas de temps  $n+1$ . La même méthode de détermination est ensuite appliquée au pas de temps suivant.

Le nombre d'itération exigé par la méthode MOAS est faible. Il est de l'ordre de deux à trois itérations lorsque le front de phase traverse un élément de contrôle entre deux pas de temps. Et dans le cas où le front de phase ne traverse pas un élément de contrôle entre deux pas de temps, une itération est suffisante.

Les deux règles utilisées par cette méthode de résolution permettent de réduire le nombre d'itérations tout en renforçant le comportement physique réel du problème de changement de phase. Ces deux règles mises au point par Raw et Schneider sont :

- lors d'une itération en temps, un noeud ne peut changer que d'un seul état. Par exemple, un noeud ne peut pas passer de l'état solide à l'état liquide sans passer par l'état de fusion entre les deux ;
- si un noeud est entouré de noeuds dans le même état que lui, il ne peut pas changer d'état entre deux itérations, sans que ses voisins ne changent eux aussi. Par exemple, un noeud à l'état solide, entouré de noeuds à l'état solide, ne peut pas passer à l'état de fusion seul, sans que ses voisins ne soient affectés.

La première règle illustre le fait que le front de phase se déplace de manière continue, sans sauter d'état. Et la seconde reflète le bilan d'énergie interne des éléments, puisque l'énergie fournie ou reçue par un noeud ne peut provenir que des noeuds voisins.

#### 4.1.3.5 Résolution numérique

Le système matriciel constitué par l'équation (4.39) est résolu par élimination de Gauss, suivant l'algorithme de Thomas [38] ou "Tridiagonal Matrix Algorithm" (TDMA).

L'équation (4.39) développée est identique à l'équation (4.27) en y incluant les conditions limites :

$$\begin{pmatrix} d_1 & a_1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ b_2 & d_2 & a_2 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & b_3 & d_3 & a_3 & & & \vdots \\ 0 & & b_4 & d_4 & a_4 & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & & 0 \\ \vdots & & & & \ddots & \ddots & a_{N-1} \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & b_N & d_N \end{pmatrix}^{n+1} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \theta_N \end{pmatrix}^{n+1} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ c_N \end{pmatrix} \quad (4.40)$$

La résolution de ce système se fait ainsi selon la méthode suivante. Les variables de la diagonale principale de la matrice A et les variables de la matrice du membre de droit sont tout d'abord calculées :

$$d_j = d_j - \frac{b_j}{d_{j-1}} a_{j-1} \quad (4.41)$$

$$c_j = c_j - \frac{b_j}{d_{j-1}} c_{j-1} \quad (4.42)$$

avec  $j = 2, 3, \dots, N$

Puis, la valeur de la température pour le nœud N est déterminée à l'aide de :

$$\theta_N = \frac{c_N}{d_N} \quad (4.43)$$

Ce qui permet enfin le calcul des inconnues, à savoir les températures, par une substitution partant des valeurs du dernier noeud à celles du premier :

$$\theta_k = \frac{c_k - a_k \theta_{k+1}}{d_k} \quad (4.44)$$

avec  $k = N-1, N-2, \dots, 1$

L'organigramme complet du module de dégivrage ainsi que son mode d'emploi est présenté à l'Annexe II de ce mémoire.

## 4.2 Couplage avec CANICE-WT

Une fois le module de dégivrage réalisé, il a été couplé au code existant CANICE-WT [7]. Le code CANICE-WT permet d'analyser le givrage atmosphérique des éoliennes, particulièrement la prédiction et la simulation de glace en condition de givre ou de verglas, le calcul du champ de vitesses et des trajectoires des gouttelettes, les effets thermodynamiques, l'accumulation de glace et enfin, la perte de performance des éoliennes givrées. Pour effectuer le couplage entre le module de prédiction de la glace et le module de dégivrage développé dans cette présente étude, il a été nécessaire de faire quelques ajouts.

Le dégivrage n'a pas lieu sur toute la surface du profil, mais essentiellement au niveau du bord d'attaque. Le choix de l'emplacement exact du système de dégivrage sur le profil fait partie des variables d'entrée indiquées par l'utilisateur. Cependant pour les résultats présentés par après, suite à une étude de la formation de la glace sur certains profils [7], l'emplacement du système de dégivrage a été choisi comme assurant une protection de 20 % de la corde sur l'intrados et de 10 % de la corde sur l'extrados. Cette

répartition est justifiée par le fait qu'une plus forte accumulation de glace a lieu sur l'intrados en raison de l'angle d'incidence du profil par rapport à la direction de l'écoulement.

Dans le code de simulation de la glace CANICE-WT, le coefficient de convection est calculé pour un profil sans accumulation de glace à sa surface. Or, dans le cas du dégivrage il est nécessaire de connaître le coefficient de convection une fois que la glace s'est formée sur le profil. Ainsi après que la glace soit formée, le calcul du coefficient de convection a été effectué de nouveau, à l'aide de la méthode présentée dans le chapitre 3 (§ 3.3.4) de ce mémoire.

De plus, pour pouvoir simuler le dégivrage de la glace accumulée il a été nécessaire de connaître, à travers l'utilisation de différents fichiers de sortie ou le calcul de différentes valeurs, les panneaux sur lesquels la glace s'est formée, les épaisseurs de glace accumulée à la surface de chaque panneau, les températures de surface, et enfin, les propriétés de l'écoulement externe, notamment au niveau des données atmosphériques.

## Chapitre 5 Résultats et discussion

Ce chapitre comporte tout d'abord une présentation des résultats obtenus à l'aide du programme de dégivrage développé, appelé DEICE. La validation du modèle est effectuée par comparaison des résultats avec ceux obtenus à l'aide d'une solution analytique pour un cas particulier et par comparaison avec des résultats obtenus avec d'autres codes numériques de simulation du dégivrage en aéronautique. L'effet de différents paramètres du système est ensuite analysé et la distribution de température dans les différentes couches de matériaux est présentée.

Dans un deuxième temps, le code de dégivrage appliqué aux éoliennes à axe horizontal, DEICE-WT, a été utilisé afin de produire une étude sur le dégivrage des éoliennes. Cette étude concerne l'utilisation d'un système de dégivrage installé sur les pales de l'éolienne NASA/DOE Mod-0. Les résultats issus de cette étude montrent les différentes possibilités d'analyse dans le but d'effectuer la conception d'un système de dégivrage éolien. L'objectif des résultats présentés n'est pas de faire l'étude d'un cas de dégivrage réel puisque, à l'heure actuelle, de tels systèmes de dégivrage ne sont pas encore commercialisés et utilisés couramment sur les éoliennes. Une comparaison avec des résultats expérimentaux n'a donc pas été possible.

Les propriétés thermophysiques des différentes couches constituant le système de dégivrage sont tirées des études de Marano [19] et de Stallabrass [17] et sont exposées à l'Annexe I de ce présent mémoire. Ces propriétés sont celles utilisées pour les différents résultats présentés, excepté pour la validation avec la solution analytique. De plus, un



manuel de l'utilisateur du module numérique de dégivrage, ainsi que l'organigramme correspondant, sont présentés à l'Annexe II de ce mémoire.

## 5.1 Le module de dégivrage

### 5.1.1 Validation de la méthode par différences finies

Afin de valider la méthode par différences finies utilisée, à savoir une méthode implicite pure, les résultats obtenus à l'aide du code de dégivrage DEICE, ont été comparés aux résultats obtenus pour un cas de conduction transitoire pour lequel une solution analytique existe. Le cas testé est donc un cas de conduction dans une plaque plane ayant pour conditions aux limites des coefficients de convection de chaque côté de la plaque. La solution analytique exacte de cet exemple est développée dans [39]. Pour des nombres de Fourier,  $Fo$ , supérieurs à 0.2, l'équation adimensionnelle de la distribution de la température dans une plaque plane est :

$$\theta = C \exp(-\zeta^2 Fo) \cos(\zeta x) \quad (5.1)$$

Les valeurs de  $C$  et  $\zeta$  sont présentées dans [39]. Le cas présenté ici correspond à un nombre de Biot,  $Bi$ , de 1, c'est-à-dire que les valeurs des constantes sont :

$$\zeta = 0.8603 \quad \text{et} \quad C = 1.1191$$

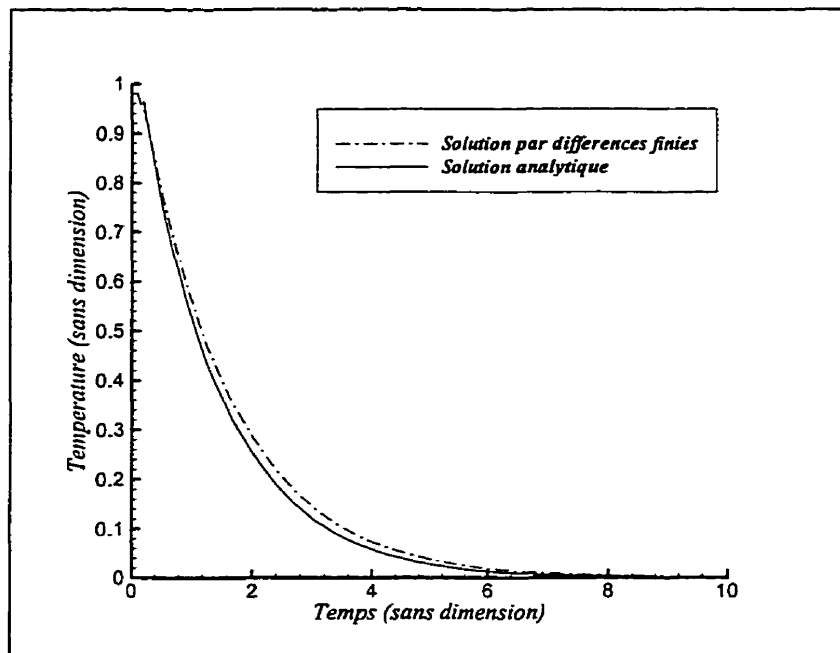
Pour rappel, le nombre de Biot est :

$$Bi = \frac{Lh}{k}$$

La diffusivité,  $\alpha$ , choisie dans cet exemple est de 0.0001 m<sup>2</sup>/s, le coefficient de convection  $h$  à chaque interface entre la plaque plane et le fluide externe est de

100 W/(m<sup>2</sup>.K), la conductivité thermique utilisée  $k$  est de 10 W/m/K et la longueur  $L$  de la plaque plane est de 0.2 m.

La figure 5-1 présente les résultats obtenus avec la solution analytique et avec la méthode par différences finies développée dans DEICE. L'évolution de la température adimensionnée en fonction du temps adimensionné,  $Fo$ , est représentée pour un point correspondant au milieu de la plaque. La comparaison des résultats obtenus à l'aide des deux solutions, numérique et analytique, montre un bon accord entre les deux. Cependant, la solution obtenue par différences finies tend à être légèrement au-dessus de la solution analytique. Il est tout de même possible de dire que la solution développée numériquement par un schéma aux différences finies implicite est une bonne approximation de la solution exacte.



**Figure 5-1 Comparaison de la méthode par différences finies avec une solution analytique, pour un cas de conduction dans une plaque plane avec convection**

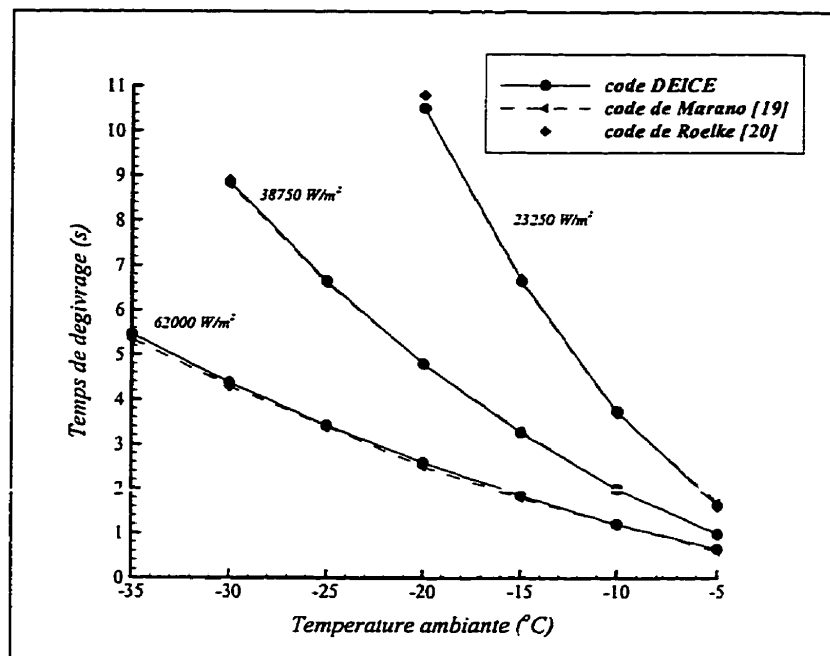
### 5.1.2 Effet de la densité de puissance

L'efficacité d'un système de dégivrage peut se caractériser par l'efficacité du chauffage des différentes couches constituant ce système. Le temps nécessaire pour que la couche abrasive (ou couche externe) atteigne  $0^{\circ}\text{C}$  est le critère sur lequel il faut se baser pour pouvoir préciser ainsi l'efficacité d'un système.

Afin d'analyser cette efficacité, l'effet de la densité de puissance sur le système de dégivrage a été étudié. Pour ce faire, le temps requis pour que la température à l'interface pale/couche de glace (surface de la couche abrasive) atteigne  $0^{\circ}\text{C}$  a été déterminé. Ce temps est également appelé le "temps de dégivrage". La température de  $0^{\circ}\text{C}$  correspond à la température de fusion de la glace, ainsi le temps calculé ne tient pas compte de l'effet de changement de phase, puisque celui-ci n'a pas encore débuté. Ce cas d'étude représente un cas simple de validation du code de dégivrage développé. En effet, il est facilement comparable avec les résultats d'autres codes comme par exemple les codes monodimensionnels de Marano [19] et de Roelke [20]. Les méthodes numériques utilisées pour ces deux codes sont présentées dans le chapitre 2 de ce mémoire (§ 2.3.1).

La figure 5-2 représente le temps dit de dégivrage, en ordonnée, en fonction de la température ambiante, en abscisse, pour différentes densités de puissance allant de  $23\,250\text{ W/m}^2$  à  $62\,000\text{ W/m}^2$ . Les coefficients de convection utilisés pour ces simulations sont respectivement de  $5.6\,10^6\text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$  et de  $5.6\text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$  pour l'interface avec l'écoulement externe et l'interface avec le milieu interne de la pale. La valeur du coefficient de convection pour l'interface avec l'écoulement externe peut paraître élevée mais elle est prise à des fins de comparaison avec les autres codes qui

l'utilisent pour leurs résultats. Les temps de dégivrage obtenus avec le code DEICE sont pratiquement identiques aux temps de Marano [19] et de Roelke [20].



**Figure 5-2 Effet de la densité de puissance**

De plus, il est à remarquer que l'énergie totale requise pour le dégivrage augmente lorsque la densité de puissance diminue, notamment pour de faibles températures initiales. En effet, pour une densité de puissance de 23 250 W/m<sup>2</sup> et une température ambiante inférieure à -20°C, le temps de dégivrage commence à être très important (plus de 10 secondes) et l'énergie fournie au système doit être d'autant plus élevée.

D'autre part, Stallabrass [17] et Marano [19] indiquent dans leurs études que des données expérimentales estiment la densité de puissance minimum pour laquelle la glace se décolle d'une pale d'hélicoptère à 38 750 W/m<sup>2</sup> (ou 25 W/in<sup>2</sup>). Bien que le cas d'une éolienne soit quelque peu différent de celui d'un hélicoptère, une densité de

puissance supérieure à  $38\,750\text{ W/m}^2$  a été utilisée par la suite afin de se placer dans des conditions plus proches des données obtenues de façon expérimentales en aéronautique.

### 5.1.3 Effet de l'épaisseur de glace initiale et du coefficient de convection externe

La figure 5-3 représente la température de la couche abrasive, à l'interface pale/glace, pour différentes épaisseurs de la couche de glace pour un cas ne considérant pas le changement de phase. La simulation de ce cas a été effectuée pour une température ambiante de  $-12^\circ\text{C}$ , un temps de chauffage de 12 secondes, une densité de puissance de  $38\,000\text{ W/m}^2$ , et les mêmes coefficients de convection que pour le cas précédent.

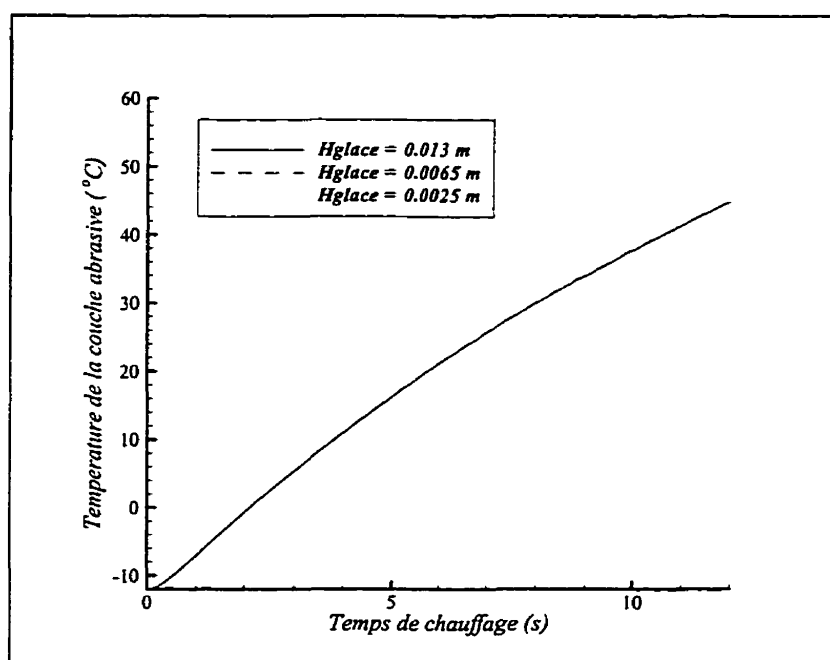
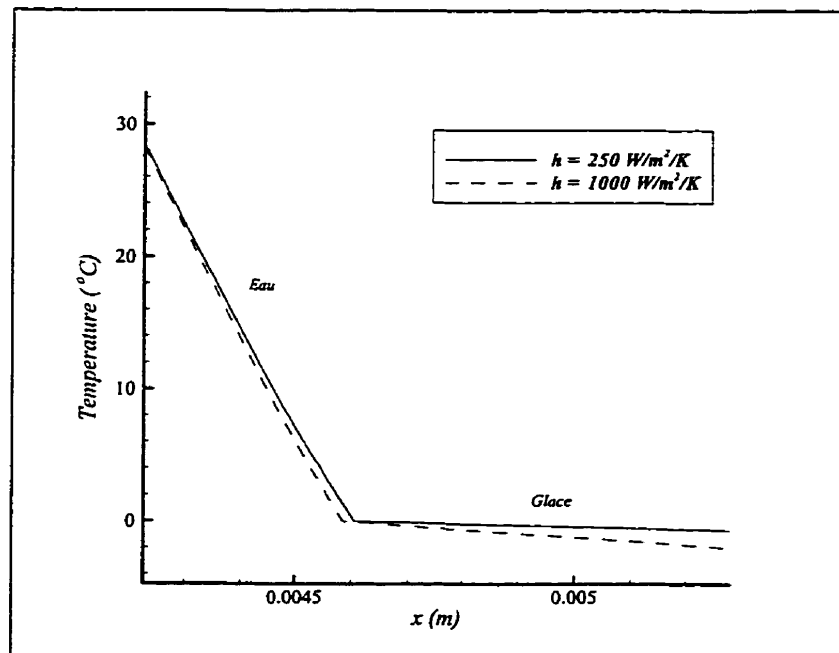


Figure 5-3 Effet de l'épaisseur de glace sur la température de la couche abrasive (à l'interface pale/glace)

L'épaisseur de la couche de glace initiale constitue un paramètre important pour déterminer les performances du système de dégivrage. En effet, plus l'épaisseur de glace initiale est petite et plus le temps pour que la température à l'interface pale/glace atteigne  $0^{\circ}\text{C}$  est important. Le contraire aurait pu sembler plus logique mais en fait, la couche de glace agit comme une couche isolante, ce qui a pour effet de faire augmenter la température à l'interface pale/glace de façon plus rapide. Pour de petites épaisseurs de la couche de glace, ainsi qu'avec une convection importante à la surface externe en contact avec l'écoulement externe, la chaleur est rapidement évacuée vers l'extérieur. Cependant, pour des épaisseurs supérieures à environ 6 mm, dans ce cas précis, l'effet de la couche de glace devient négligeable et la température à l'interface pale/glace ne varie plus. Ces observations ont également été notées par Marano [19]. Par contre, lorsque le changement de phase est pris en compte dans la couche de glace, l'effet de l'épaisseur de la couche de glace initiale est moins significatif.



**Figure 5-4 Distribution de la température dans la couche de glace pour une épaisseur de glace initiale de 0.0016 m**

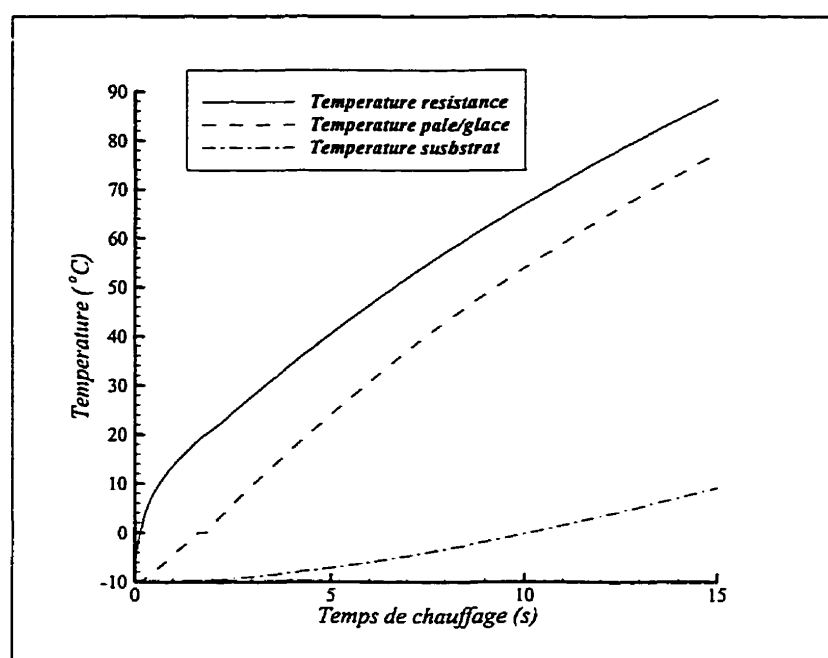
Lorsqu'il y a variation du coefficient de convection au niveau de l'écoulement externe, l'épaisseur de la glace a son importance. La figure 5-4 représente la distribution de température dans une épaisseur de glace de 1.6 mm pour deux coefficients de convection différents. Cette distribution de température correspond à un temps de chauffage de 5 secondes, et il est possible de remarquer que le changement de phase est retardé pour un coefficient de convection plus élevé. Ainsi, pour que la glace fonde à la surface de la pale, le temps nécessaire est d'autant plus élevé que le coefficient de convection est grand. Mais l'effet du coefficient de convection s'atténue fortement pour une épaisseur de glace supérieure à 6 mm, pour le cas étudié. Wright [23] en est arrivé aux mêmes conclusions.

#### **5.1.4 Température dans les différentes couches du système**

La figure 5-5 montre l'évolution de la température en fonction du temps, en différents points du système de dégivrage, à savoir dans la couche supportant la résistance, à l'interface entre la couche abrasive de la pale et la couche de glace à la surface de la pale et enfin dans la couche de substrat métallique du système. La simulation de ce cas utilise comme conditions une température initiale de  $-10^{\circ}\text{C}$ , identique à la température de l'écoulement, un coefficient de convection à la surface externe de  $1000 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$  et à la surface interne de  $15 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$  (correspondant à de la convection naturelle), pour une épaisseur de glace initiale de 6.35 mm et une densité de puissance de  $40\,000 \text{ W}/\text{m}^2$ . Le temps total de la simulation est de 15 secondes.

L'écart de température entre la couche supportant la résistance et la surface de la pale est du au fait qu'entre la résistance et la surface de la pale une couche isolante est présente et a pour effet de faire chuter la température. Ceci est du au fait que la différence de conductivité entre les deux matériaux entraîne un plus grand gradient de

température. La même situation a lieu entre la résistance et le substrat métallique puisqu'une couche d'isolant est présente également. De plus, du côté interne du système, la couche d'isolant est plus épaisse que du côté externe, au moins deux fois plus afin que le flux de chaleur se dirige plus facilement vers l'extérieur et donc vers la couche de glace. De ce fait, la température dans la couche de substrat est plus faible encore que dans la couche abrasive. Il faut également ajouter que la couche de substrat est influencée par la condition limite appliquée à l'interface avec le milieu interne de la pale qui est une condition de flux convectif. Cette condition entraîne une perte de chaleur vers l'intérieur de la pale et fait augmenter la température de la première couche du système plus lentement.



**Figure 5-5 Température dans la couche supportant la résistance, à l'interface pale/glace, et dans la couche du substrat, en fonction du temps**

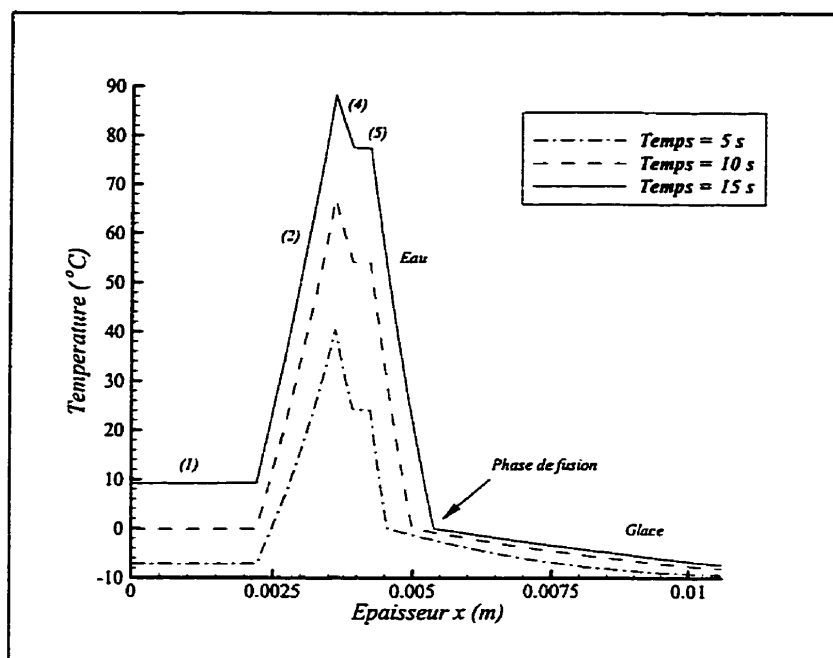
La courbe représentant l'évolution de la température au niveau de l'interface pale/glace montre un léger plateau lorsque la température atteint 0°C. Ce plateau correspond au



temps nécessaire pour que le changement de phase dans la couche de glace apparaisse "numériquement". C'est-à-dire que ce temps nécessaire varie selon le pas de temps utilisé, bien que la taille du maillage influence également le changement de phase. Afin d'obtenir de bons résultats, un pas de temps de 0.0005 seconde et un nombre de noeuds de 800 dans la couche de glace ont été utilisés, ce qui est très important. Dans de telles conditions de simulation, un maillage adaptatif devrait être étudié au niveau de la zone de changement de phase.

Il est à noter que les propriétés des matériaux utilisés dans la conception d'un système de dégivrage jouent un rôle important dans la propagation de la chaleur et donc sur la distribution de température qui en résulte. Cependant, n'ayant pas de données exactes sur les matériaux utilisés dans le cas d'un système de dégivrage pour les éoliennes, il apparaissait difficile de réaliser une étude paramétrique intéressante. Ainsi, pour une meilleure efficacité du système de dégivrage, les propriétés des matériaux utilisés doivent être soigneusement étudiées et optimisées. En plus des propriétés des matériaux, l'épaisseur de chaque couche doit être choisie de façon attentive afin de répondre aux critères de performances désirés pour le système de dégivrage.

La figure 5-6 représente la distribution de température à travers les différentes couches de matériaux et la couche de glace. Les couches de matériaux sont numérotées de 1 à 5 et font références respectivement à (1) la couche de substrat, (2) la première couche d'isolant, (3) la résistance (d'épaisseur nulle, elle est visible sur la figure par le fait qu'elle se trouve là où la température est la plus élevée), (4) la seconde couche d'isolant et enfin (5) la couche abrasive. Cette distribution est présentée pour des temps de chauffage de 5, 10 et 15 secondes. Les conditions de simulation sont identiques à celles du cas précédent (figure 5-5).



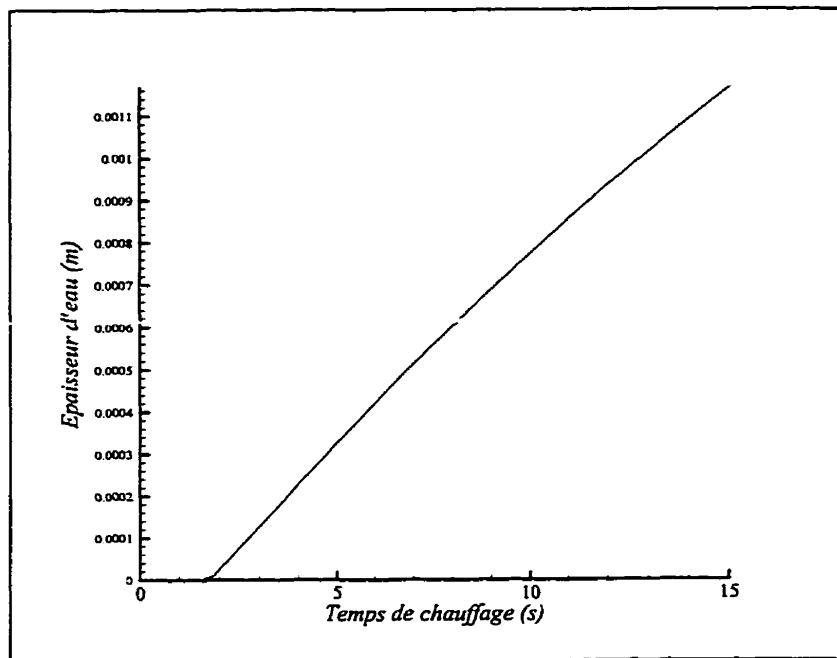
**Figure 5-6 Distribution de la température dans l'épaisseur du système**

Les gradients de température présentés à la figure 5-5 sont également visibles pour les trois temps présentés à la figures 5-6. Au bout de 5 secondes, la glace a déjà commencé à fondre et un film d'eau apparaît entre la couche abrasive et la glace non fondue. Le changement de phase dans la couche de glace se distingue par le fait que la température est supérieure à la température de fusion, 0°C. L'épaisseur d'eau à la surface de la pale augmente de façon continue avec le temps de chauffage et est présentée au paragraphe suivant.

### 5.1.5 Propagation du front de phase

La propagation du front de phase est liée à l'augmentation de l'épaisseur du film d'eau qui se forme à la surface de la pale lorsque la couche de glace se met à fondre. La figure 5-7 présente l'épaisseur d'eau qui se forme à l'interface entre la pale et la couche de

glace accumulée. Les conditions de cette simulation sont identiques à celles présentés au paragraphe précédent. Ainsi à partir d'un peu plus de 1.6 secondes, pour le cas étudié, la glace commence à fondre. L'augmentation de l'épaisseur du film d'eau se fait de façon continue, et au bout de 15 secondes, environ 1.1 mm de glace ont fondu sur les 6.35 mm d'épaisseur de la couche de glace.

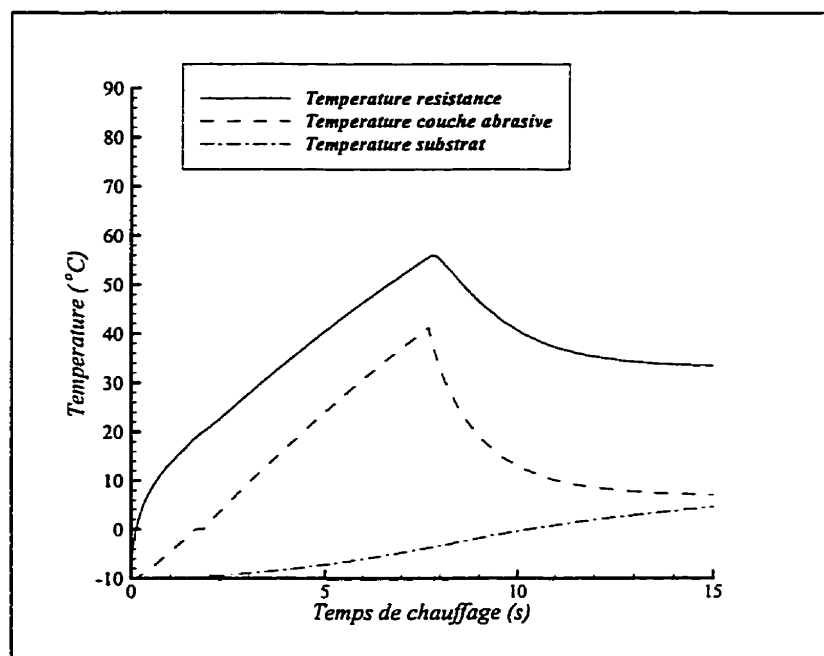


**Figure 5-7 Épaisseur d'eau en fonction du temps à l'interface entre la pale et la couche de glace**

### 5.1.6 Décollement de la glace

Le modèle de décollement utilisé est relativement simple et il est essentiellement utilisé pour connaître la distribution de température dans les différentes couches du système de dégivrage une fois que la glace n'est plus à la surface du profil. Deux critères ont été proposés au chapitre 3, un premier qui concernait la hauteur du film d'eau, et un second

qui concernait la largeur du film d'eau. Cependant, le second critère est difficilement applicable au module monodimensionnel de dégivrage puisque celui-ci ne tient compte que des effets selon l'épaisseur du système et non selon sa largeur. Ainsi, le critère  $C_I$  portant sur la comparaison entre la hauteur du film d'eau et la hauteur de la couche de glace a été retenu et fixé à 0.1. C'est-à-dire que lorsque le film d'eau atteint un dixième de la hauteur de la couche de glace, celle-ci se décolle et le film d'eau s'en va avec. Pour le cas de simulation précédent (présenté pour la figure 5-5), le décollement de la pellicule de glace a lieu au bout de 7.7 secondes de chauffage. La figure 5-8 montre alors l'évolution de la température pour : i) la couche comportant la résistance, ii) la température à l'interface entre la couche abrasive et la glace, puis l'écoulement extérieur après le décollement, et iii) la température dans la couche du substrat.



**Figure 5-8 Effet du décollement de la glace sur les températures**

Au moment du décollement de la couche de glace, les températures de la couche comportant la résistance et de la couche abrasive sont immédiatement affectées et

diminuent fortement, alors que la température de la couche du substrat varie légèrement. Ceci est dû au fait que la protection constituée par la couche de glace n'est plus présente et la chaleur est ainsi plus rapidement évacuée vers l'écoulement externe. Pour être plus rigoureux, il serait nécessaire de modifier le coefficient de convection une fois que la couche de glace s'est décollée. Ce point serait à prendre en compte dans le développement d'un modèle de décollement plus précis.

## **5.2 Application aux éoliennes à axe horizontal**

Les résultats qui suivent portent sur l'application du modèle numérique de dégivrage aux éoliennes à axe horizontal. Pour effectuer ces études, une éolienne en particulier a été choisie, à savoir l'éolienne NASA/DOE Mod-0 qui est présentée ci-après.

### **5.2.1 Éolienne étudiée**

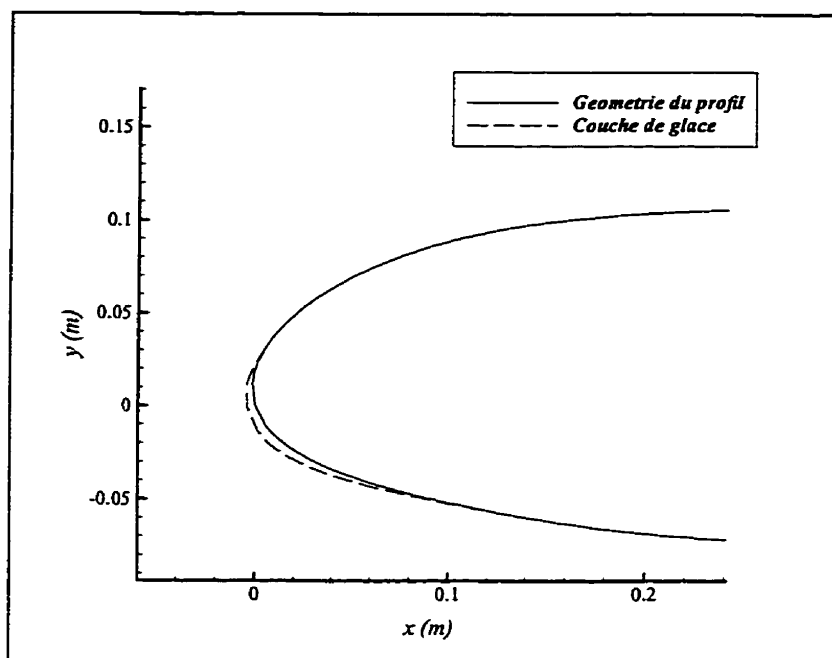
L'éolienne étudiée pour l'application du code de dégivrage développé est l'éolienne NASA/DOE Mod-0. Ses caractéristiques sont présentées dans le tableau 5-1. Sa puissance mécanique est de 100 kW et le profil utilisé est un profil de type NACA 23018.

**Tableau 5-1 Données sur l'éolienne NASA/DOE Mod-0 100kW**

Nombres de pales	2
Diamètre extérieur	38.1 m
Diamètre intérieur	4.762 m
Angle de calage	3 degrés
Angle de conicité	0 degré
Vitesse de rotation	40 tours par minute
Profil utilisé	NACA 23018

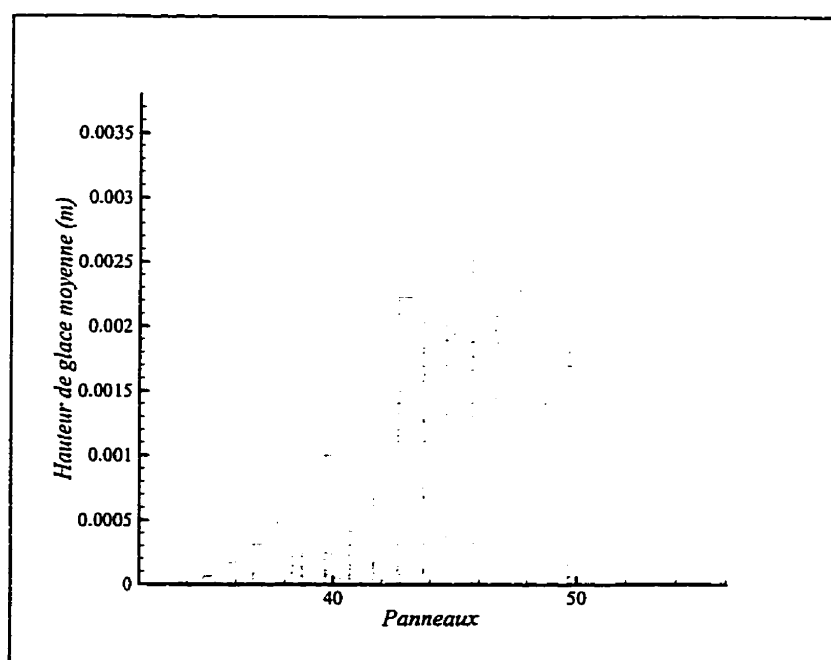
### 5.2.2 Cas de givrage étudié

Le code de simulation de l'accumulation de glace sur les pales d'éolienne fonctionne selon la théorie de l'élément de pale. Ainsi, la pale est divisée en un certain nombre de sections du moyeu au bout de pale. Pour la présentation des résultats, il a été choisi de s'intéresser uniquement à une de ces sections se trouvant vers le bout de la pale, à savoir pour la position radiale de  $r/R = 0.8$ . Le cas de givrage étudié sur la section de pale choisie est représenté à la figure 5-9. Les conditions de simulation correspondent à une température ambiante de  $-15\text{ }^{\circ}\text{C}$ , à une teneur en eau liquide de  $0.25\text{ g/m}^3$ , à un diamètre des gouttelettes d'eau de  $20\text{ }\mu\text{m}$  et à un temps d'accumulation de la glace de 600 secondes (ou 10 minutes).



**Figure 5-9 Cas de givrage étudié**

La figure 5-10 représente l'épaisseur de glace moyenne sur chaque panneaux au niveau du bord d'attaque du profil pour le cas de givrage en question.



**Figure 5-10 Hauteur de glace au niveau du bord d'attaque**

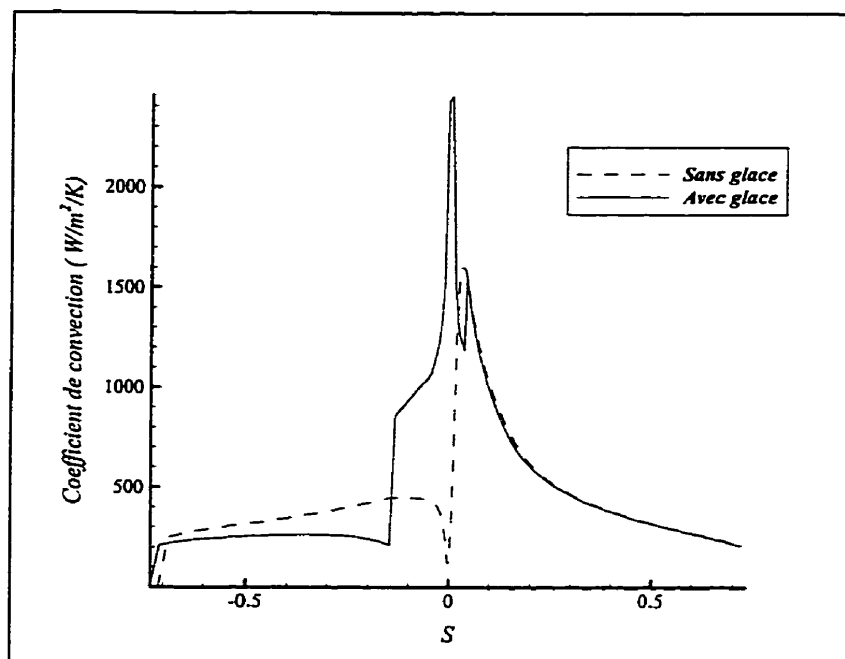
### 5.2.3 Dégivrage d'une section de pale

Au bout de 10 minutes d'accumulation de glace à la surface du profil, le système de dégivrage est mis en marche. Les propriétés du système de dégivrage sont les mêmes que lors de l'étude du module de dégivrage seul et sont présentées dans l'Annexe I. La densité de puissance utilisée est de  $45\,000\text{ W/m}^2$  et le temps de chauffage est de 15 secondes. Lors du fonctionnement du système de dégivrage, l'accumulation supplémentaire de glace à la surface du profil est négligée. Cette accumulation est négligeable dans la mesure où le temps de formation de la glace est de 10 minutes et que le temps de simulation du dégivrage est de 15 secondes.

#### 5.2.3.1 Coefficient de convection

La figure 5-11 représente le calcul du coefficient de convection à l'interface entre l'écoulement externe et la pale avant qu'il y ait accumulation de glace sur le profil et après que la glace se soit accumulée. De façon à être rigoureux, le coefficient de convection choisi pour effectuer le dégivrage correspond à celui calculé une fois que la glace s'est formée, mais la simulation du dégivrage a également été effectuée avec un coefficient de convection calculé avant l'accumulation de glace. Comme il a été vu auparavant, à partir d'une certaine épaisseur de glace, dépendante de la densité de puissance utilisée et des propriétés du système de dégivrage, l'effet du coefficient de convection est négligeable. De plus, la zone correspondant aux fortes variations du coefficient de convection se trouve à être la zone où l'épaisseur de glace à la surface du profil est la plus élevée. Ainsi, les résultats présentés par la suite varient peu en fonction du calcul du coefficient de convection. Ces résultats sont présentés au paragraphe suivant dans le cas de la distribution de la température.

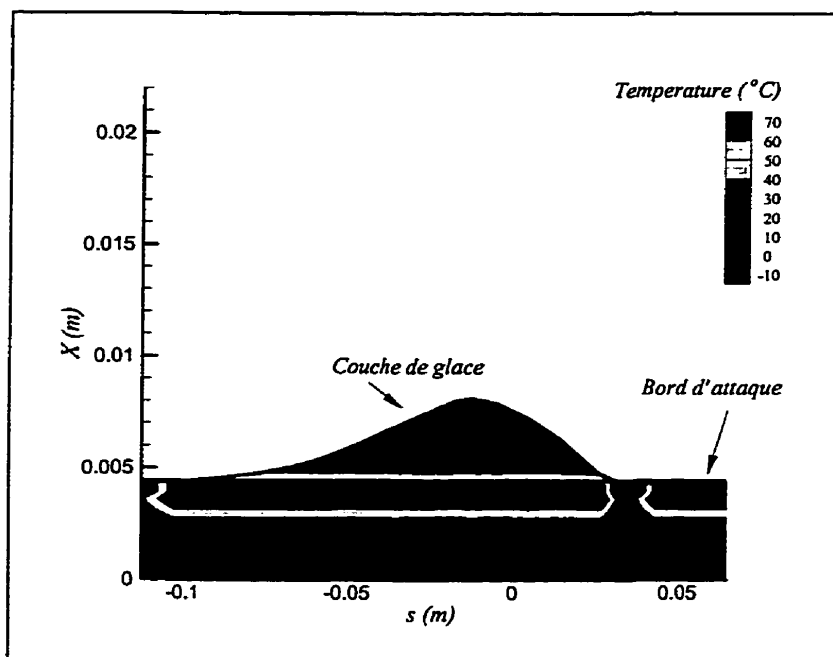




**Figure 5-11 Coefficient de convection calculé après l'accumulation de la glace**

### 5.2.3.2 Distribution de température

La figure 5-12 représente la distribution de température à travers les différentes couches du système de dégivrage et dans la couche de glace situés au niveau du bord d'attaque du profil de la section de pale. Il est à noter que cette distribution de température est présentée en fonction de l'abscisse curviligne, en abscisse, et de l'épaisseur  $x$ , en ordonnée. Ces deux grandeurs ne sont pas reproduites avec la même échelle de façon à pouvoir mieux observer la distribution de température selon l'épaisseur du système.

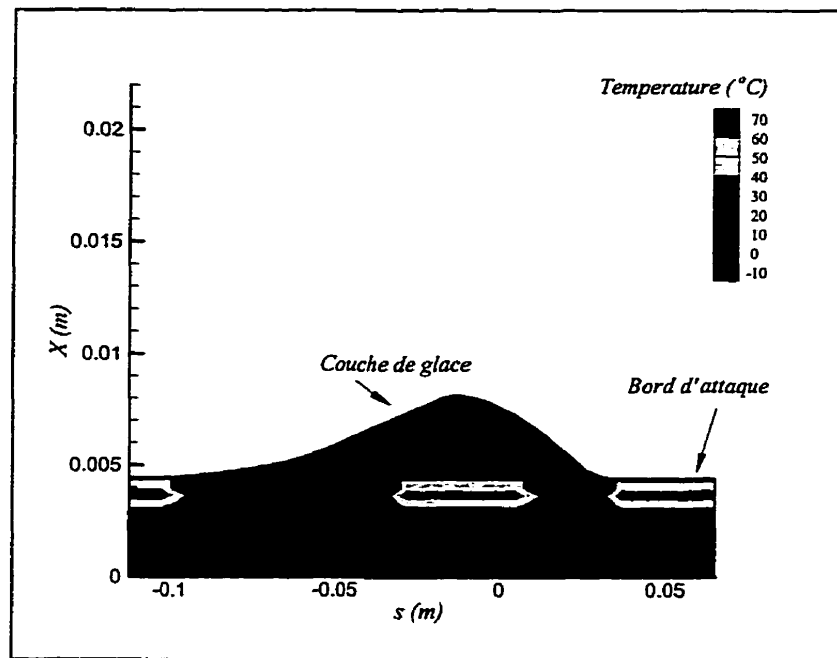


**Figure 5-12 Distribution de température dans le système de dégivrage et dans la couche de glace au niveau du bord d'attaque**

Bien que les différentes couches n'apparaissent pas selon l'épaisseur du système, il est tout de même facile de voir où se situe la résistance chauffante ( $x = 0.0034$  m) et comment se propage la chaleur vers la couche de glace. Cette distribution de température correspond à un temps de chauffage de 15 secondes. Il est à remarquer que si le décollement avait été considéré la couche de glace se serait sûrement séparée puisqu'un film d'eau de plus de 1.5 mm est présent à l'interface pale/glace sur la quasi-totalité de la surface. La température est essentiellement au-dessus de  $0^{\circ}\text{C}$  partout, exceptée dans la partie supérieure de la couche de glace et au niveau de l'abscisse curviligne  $s$  égale à 0.03 m. En fait, à cet endroit, l'épaisseur de glace est faible (inférieure à 0.1 mm) et le coefficient de convection élevé (supérieur à  $1000 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ ), ainsi le changement de phase n'a pas lieu lors de la simulation. Ce problème est lié, entre autre, au fait que la conduction n'est prise en compte que dans une direction (la direction  $x$  sur le graphique). Ce cas représente une limitation de la simulation

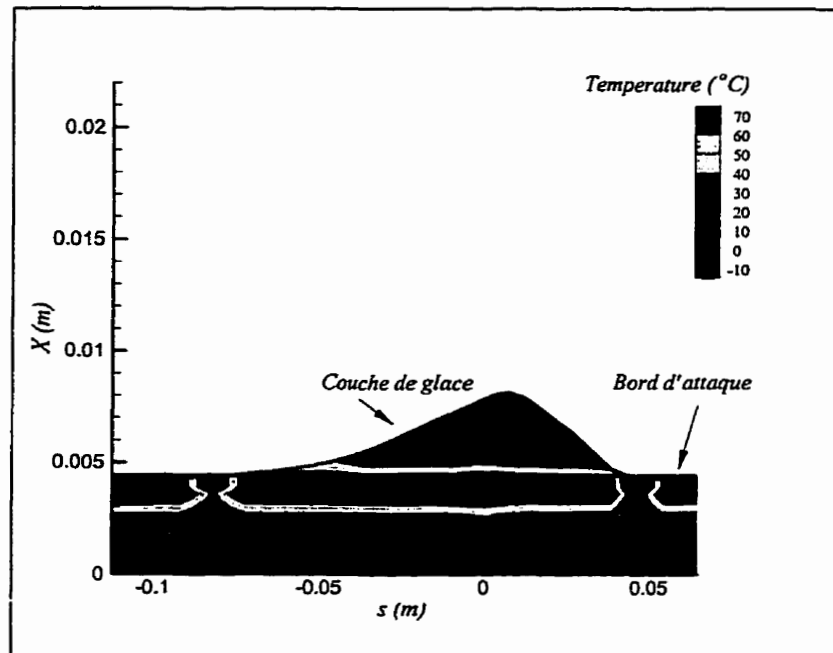
monodimensionnelle. Une autre limitation de même nature peut être notée au niveau des limites du système de dégivrage à la surface du profil.

D'autre part, le pas de temps utilisé pour cette simulation est de 0.0001 seconde, ce qui est relativement petit. De ce fait, la simulation du dégivrage au niveau du bord d'attaque de la section de pale sur 10 % de l'extrados et 20 % de l'intrados, prend un temps de calcul de plusieurs heures, ce qui est considérable pour un outil de conception. Le nombre de noeuds pour modéliser la couche de glace est de 100 pour tous les panneaux quelle que soit l'épaisseur de glace qui les recouvre. Dans ce cas, le nombre de panneaux "subissant" le phénomène de dégivrage au niveau du bord d'attaque est de 33. La figure 5-13 représente la distribution de température pour les mêmes conditions que le cas précédent avec un pas de temps de 0.001 seconde. Dans ce cas, la simulation est plus rapide mais le résultat est moins satisfaisant puisque le changement de phase n'a pas eu lieu dans plusieurs régions représentées. Cependant, à l'endroit où la couche de glace est la plus épaisse le changement a tout de même eu lieu correctement. Ceci peut s'expliquer par le fait que la couche de glace joue un rôle d'isolant, qui réduit l'effet du coefficient de convection, ce qui entraîne une augmentation plus rapide de la température dans le système. Il est donc important de remarquer que le changement de phase est très dépendant du pas de temps utilisé, pour des cas où le coefficient de convection joue un rôle non négligeable. Effectivement, si le pas de temps est trop grand et qu'un noeud passe directement de la phase de glace à la phase d'eau sans passer par la phase de fusion, la méthode MOAS le force à passer par la température de fusion, par contre, pendant ce temps où le noeud ne change pas de phase, l'effet du coefficient de convection tend à maintenir la couche de glace à la température externe. Le changement de phase n'est donc pas enclenché et un pas de temps plus petit doit être utilisé.



**Figure 5-13 Distribution de la température dans le système de dégivrage et dans la couche de glace au niveau du bord d'attaque ( $\Delta t = 0.001$ )**

La figure 5-14 représente la distribution de température pour les mêmes conditions que le cas présenté à la figure 5-12 mais pour un coefficient de convection à l'interface avec l'écoulement externe déterminé pour un profil lisse, avant que la glace ne soit formée à la surface de la pale. La figure 5-10 montre les valeurs de ce coefficient de convection. La distribution de température est pratiquement identique à celle observée pour le cas où le coefficient de convection est déterminé une fois que la couche de glace est formée à la surface de la pale. Il y a cependant, pour la figure 5-14, un autre endroit où le changement de phase s'effectue difficilement (pour l'abscisse curviligne  $s = -0.08$  m), le coefficient de convection étant un peu plus grand qu'auparavant. Pour sa part, la température dans la couche inférieure du système (substrat) au niveau des épaisseurs élevées de la couche de glace (autour de  $s = 0$  m), a augmenté légèrement. Ceci s'explique par le fait que le coefficient de convection est moins élevé dans ce cas ci et son effet se fait moins sentir à ce niveau.



**Figure 5-14 Distribution de température dans le système de dégivrage et dans la couche de glace avec un coefficient de convection calculé sur un profil sans glace**

En fait, le design d'un système de dégivrage peut très bien s'effectuer uniquement à l'aide du module de dégivrage DEICE. En effet, les propriétés des matériaux, l'optimisation de l'épaisseur des couches du système, les conditions de simulation, la distribution de température résultante en fonction du temps sont toutes analysables avec DEICE seulement. Compte tenu des restrictions numériques du code développé, l'avantage principal apporté par l'application du module de dégivrage à une section de pale est l'effet visuel de la solution qui aide à mieux visualiser le problème. L'application du module de dégivrage à toutes les sections d'une pale devient très difficile dans la mesure où un grand temps de calcul est nécessaire et dans l'état actuel de la modélisation, l'apport d'une telle simulation peut être remis en cause.

## Chapitre 6 Conclusions

### 6.1 Conclusions

Au cours de ce projet, un code numérique instationnaire permettant la modélisation monodimensionnelle du phénomène de dégivrage de la glace accumulée sur les pales d'éolienne a été développé. Le système de dégivrage simulé est un système électrothermique constitué d'une résistance électrique placée entre plusieurs couches de matériaux au niveau de la surface du bord d'attaque du profil. Un tel système, lorsqu'un courant électrique circule dans la résistance, se met à produire de la chaleur qui se propage vers la surface de la pale. Lorsque la température de la surface en contact avec la glace vient à dépasser le point de fusion de la glace ( $0^{\circ}\text{C}$ ), cette dernière se met à fondre. Un film d'eau se crée alors et permet de réduire l'adhésion de la couche de glace à la pale. Lorsque la force d'adhésion de la glace à la paroi est inférieure aux forces aérodynamiques et centrifuge appliquée à la glace, la couche de glace se décolle.

La modélisation de la propagation de la chaleur par conduction à travers des matériaux multicouches a été effectuée. Le changement de phase qui a lieu dans la couche de glace a été résolu à l'aide de la méthode enthalpique et de la méthode MOAS (Method of Assumed States). Un schéma aux différences finies implicite a été utilisé et la résolution du système matriciel a été réalisée par un algorithme de tridiagonalisation matricielle. Ce schéma et cette résolution ont été validés à l'aide d'une solution analytique existant dans un cas particulier. Une comparaison des résultats obtenus à

l'aide du code de dégivrage développé, appelé DEICE, avec les résultats d'autres codes numériques a été présentée. Il s'avère que les résultats de DEICE coïncident très bien avec les autres résultats. D'autre part, il est à noter que la simulation du changement de phase dans la couche de glace nécessite de grands temps de calcul. En effet, dans certains cas, les pas de temps et d'espace utilisés doivent être très petits pour que le passage d'un état de phase à un autre ait lieu correctement. Un maillage adaptatif serait peut être une solution à ce problème afin que le nombre de noeuds dans la zone de changement de phase puisse être plus élevé que dans les phases solide et liquide de la glace.

Plusieurs conclusions peuvent être tirées des résultats présentés dans ce mémoire. Tout d'abord, l'effet de la densité de puissance est important puisque, suivant le système considéré, plus la densité de puissance est élevée et plus le temps requis pour que la glace fonde est faible. Pour de faibles densités de puissance, l'énergie nécessaire pour que la glace change de phase, à des températures ambiantes faibles, est très importante. D'autre part, l'épaisseur de glace initiale et le coefficient de convection externe ont des effets significatifs sur l'évolution de la température dans le système. En effet, pour de petites épaisseurs de glace l'effet d'isolation de cette couche sur le système est moindre et la température dans les couches de matériaux du système tend à être plus faible. De même, avec de forts coefficients de convection externe, et une épaisseur de glace peu élevée, la température dans les différentes couches du système est plus faible. Ensuite, les différents résultats présentés, concernant l'évolution de la température dans le système de dégivrage, montrent les moyens utilisables pour effectuer une étude paramétrique approfondie des propriétés thermophysiques des matériaux utilisés. Enfin, l'application du module de dégivrage à une section de pale de l'éolienne NASA/DOE Mod-0 montre que la modélisation présentée nécessite de grands temps de calcul et rend le code numérique peu pratique pour la conception. Le module de dégivrage monodimensionnel développé suffit pour effectuer une étude de design d'un système

électrothermique de dégivrage et l'application à une pale d'éolienne peut apporter une meilleure visualisation de la simulation en fin de conception.

## 6.2 Recommandations

Le modèle de dégivrage développé a été validé à l'aide de comparaison avec des résultats obtenus numériquement, cependant il serait nécessaire de valider les résultats des calculs avec des résultats expérimentaux provenant à la fois du monde aéronautique et du monde de l'éolien.

D'autre part, pour ce qui est de la modélisation du décollement, il serait nécessaire de développer un modèle numérique plus approfondi. En effet, les modèles présentés dans la littérature sont essentiellement basés sur des données expérimentales et n'ayant pas ce types de données, le modèle proposé dans ce projet est basé sur des valeurs choisies arbitrairement. De plus, même si des méthodes de modélisation du décollement sont présentes dans la littérature, il serait intéressant de développer un modèle numérique de décollement de la glace un peu moins empirique.

Il serait également intéressant, pour faire suite à ce projet, de penser à passer à une modélisation bi-dimensionnelle afin de pouvoir prendre en compte la conduction qui a lieu de façon transversale lorsque DEICE est appliqué à une section de pale, les effets des espacements entre les résistances lorsqu'il y a espacement, les effets au niveau des bords du système de dégivrage, les effets de courbures du profil, etc. Cependant, le passage d'une modélisation monodimensionnelle à une modélisation bi-dimensionnelle nécessiterait une étude approfondie des méthodes numériques utilisées afin de diminuer le temps de calcul. Wright [23], qui a réalisé une étude sur ce problème suggère



d'utiliser la méthode enthalpique avec la méthode MOAS, et de résoudre le système matriciel par la méthode implicite des directions alternées ( ou méthode ADI).

## RÉFÉRENCES

- [1] PAROUFFE, J.-M. (1998). *Le développement de l'énergie éolienne au Québec*, Rapport de l'Association Québécoise des Énergies Renouvelables
- [2] GIPE, P.(1995). *Wind Energy Comes of Age*, John Wiley & Sons, New-York
- [3] CHAUMEL, J.-L. (1998). *Éole*, site Internet : [www.eole.org](http://www.eole.org)
- [4] DAVID, J. (1998). V'la l'bon vent, *Québec Science*, Vol. 37 numéro 2, octobre
- [5] BROTHERS, C. (1998). Vertical Axis Wind Turbines for Cold Climate Applications, *Conférence sur les techniques des énergies renouvelables dans les climats froids*, Montréal, Québec
- [6] MAISSAN, J.F. (1996). Adaption of a Wind Turbine for Sub-Arctic Conditions with Severe Rime Icing, *Canadian Wind Energy Conference*, pp. 151-165
- [7] CHOCRON, D. (1997). *Étude numérique de la formation de glace sur les éoliennes à axe horizontal*, Mémoire de Maîtrise Ès Sciences Appliquées, Département de Génie Mécanique, École Polytechnique de Montréal
- [8] MAKKONEN, L., AUTTI, M. (1991). The Effects of Icing on Wind Turbines, *European Wind Energy Conference EWEC'91*, pp. 575-580

- [9] BROTHERS, C. (1992). Wind Turbines in Northern Climates - Canadian Experiences, *BOREAS, International Experts Meeting on Wind Power in Icing Conditions*, Hetta, Finlande
  
- [10] THOMAS, S., CASSONI, R., MACARTHUR, C. (1996). Aircraft Anti-icing and Deicing Techniques and Modeling, *AIAA 96-0390*, Reno, États-Unis
  
- [11] MORENCY, F., BRAHIMI, M.T., TEZOK, F., PARASCHIVOIU, I. (1998). Hot Air Anti-Icing System Modelization in the Ice Prediction Code CANICE, *AIAA 98-0192*, Reno, États-Unis
  
- [12] HENRY, R. (1989). *Étude du fonctionnement d'un dégivreur électrique : Modélisation et mesure en soufflerie givrante de température pariétale par thermographie infrarouge*, Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal Clermont-Ferrand II, France
  
- [13] MARJANIEMI, M., PELTOLA, E. (1996) A Blade Heating Element Design Method, *BOREAS III*, 19-21 mars, Saariselkä, Finlande, pp. 340-354
  
- [14] MAISSAN, J.F. (1995). *Performance Monitoring of a 150 kW Wind Turbine at Haeckel Hill*, Yukon, Yukon Energy Corporation, rapport d'avancement été 1994 et automne 1995
  
- [15] WRIGHT, W.B., AL-KHALIL, K., MILLER, D. (1997). Validation of NASA Thermal Ice Protection Computer Codes Part 2 – LEWICE/Thermal, *AIAA 97-0050*, janvier, Reno, États-Unis

- [16] HENRY, R. (1992). Development of an Electrothermal De-Icing/Anti-Icing Model, *AIAA 92-0526*, janvier, Reno, États-Unis
  
- [17] STALLABRASS, J.R. (1972). Thermal Aspects of De-icer Design, *The International Helicopter Icing Conference*, mai, Ottawa, Canada
  
- [18] BALIGA, G. (1980). *Numerical Simulation of One-dimensional Heat Transfer in Composite Bodies with Phase-change*, M. Sc. Thesis, septembre, University of Toledo, Ohio, États-Unis
  
- [19] MARANO, J.J. (1982). *Numerical Simulation of an Eletrothermal Deicer Pad*, M. Sc. Thesis, mai, University of Toledo, Ohio, États-Unis
  
- [20] ROELKE, R.J., KEITH, T.G., DE WITT, K.J., WRIGHT, W.B. (1988). Efficient Numerical Simulation of a One-dimensional Electrothermal Deicer Pad, *J.Aircraft*, Vol. 25, no. 12, décembre
  
- [21] CHAO, D. F.-K. (1983). *Numerical Simulation of Two-dimensional Heat Transfer in Composite Bodies with Application to De-icing of Aircraft Components*, Ph.D. Thesis, mars, University of Toledo, Ohio, États-Unis
  
- [22] LEFFEL, K. L. (1985). *A Numerical and Experimental Investigation of Electrothermal Aircraft Deicing*, M. Sc. Thesis, septembre, University of Toledo, Ohio, États-Unis
  
- [23] WRIGHT, W.B. (1988). *A Comparison of Numerical Methods for Prediction of Two-dimensional Heat Transfer in an Electrothermal Deicer Pad*, M. Sc. Thesis, février, University of Toledo, Ohio, États-Unis

- [24] KEITH, T.G., DE WITT, K.J., WRIGHT, W.B., MASIULANIEC, K.C. (1988). Overview of Numerical Codes Developed for Predicted Electrothermal Deicing of Aircraft Blades, *Proceedings of the AIAA 26<sup>th</sup> aerospace sciences meeting*, AIAA, Washington, DC, États-Unis
- [25] ÖZISIK, N. (1980). *Heat Conduction*, John Wiley and Sons
- [26] BONACINA, C., COMINI, G., FASANO, A., PRIMICERIO, M. (1973). Numerical Solution of Phase-change Problems, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 16, pp. 825-1832
- [27] VOLLER, V., CROSS, M. (1981). Accurate Solutions of Moving Bounadry Problems Using the Enthalpy Method, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 24, pp. 545-556
- [28] SCHNEIDER, G.E, RAW, M.J. (1983). An Implicit Solution Procedure for Finite Difference Modeling of the Stefan Problem, *AIAA Journal*, Paper 83-1527
- [29] RAW, M.J., SCHNEIDER, G.E. (1985). A New Implicit Solution Procedure for Multi-dimensional Finite Difference Modeling of the Stefan Problem, *Numerical Heat Transfer*, Vol. 8, pp. 559-571
- [30] YASLIK, A., DE WITT, K.J., KEITH, T.G. (1992). Further Developments in Three-dimensional Numerical Simulation of Electrothermal Deicing Systems, *AIAA 92-0528* janvier, Reno, États-Unis
- [31] HUANG, J., KEITH, T.G., DE WITT, K.J. (1992). An Efficient Finite Element Method for Aircraft De-icing Problems, *AIAA 92-0532*, janvier, Reno, États-Unis

- [32] HUANG, J., KEITH, T.G., DE WITT, K.J. (1993). Investigation of an Electrothermal De-icer Pad Using Three-dimensional Finite Element Simulation, *AIAA 93-0532*, janvier, Reno, États-Unis
  
- [33] PELTOLA, E., MARJANIEMI, M., KAAS, J., AARNIO, E. (1996). Pyhätunturi Operational Experiences, *BOREAS III*, 19-21 mars, Saariselkä, Finlande, pp. 131-143
  
- [34] MORAN, J. (1984). *An Introduction to Theoretical and Computational Aerodynamics*, John Wiley & Sons
  
- [35] KAYS, W.M., CRAWFORD, M.E. (1993). *Convective Heat and Mass Transfer*, McGraw-Hill, Inc., Troisième Édition
  
- [36] WRIGHT, W.B., KEITH, T.G., DE WITT, K.J. (1991). Numerical Simulation of Icing, Deicing, and Shedding, *AIAA 91-0665*, janvier, Reno, Ohio, États-Unis
  
- [37] STALLABRASS, J.R., PRICE, R.D. (1962). On the Adhesion of Ice to Various Materials, *National Research Council of Canada, Aeronautical Report*, LR-350, N.R.C. NO. 6980, Ottawa
  
- [38] ANDERSON, D.A., TANNEHILL, J.C., PLETCHER, R.H. (1984). *Computational Fluid Dynamics and Heat Transfer*, McGraw-Hill, New-York
  
- [39] INCROPERA, F.P., DE WITT, D.P. (1996). *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*, John Wiley & Sons, Quatrième édition

## **ANNEXES**

## Annexe I

### Système de dégivrage typique en aéronautique

Données sur les matériaux [19, 17]

**Tableau I-1 Données sur les matériaux des différentes couches**

Couches	Matériau	Épaisseur (m)	Conductivité thermique $k$ (W/(m·k))	Chaleur spécifique $c_p$ (J/(kg·k))	Densité $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
1	Aluminium T5S-T6	0.0022	115	963	2800
2	Verre époxy	0.00127	0.38	963	1760
3	Nichrome	0	13.2	48	8250
4	Verre époxy	0.00025	0.38	963	1760
5	Acier	0.0003	15.1	494	7930
6	Glacé				
	0 °C	-	2.2364	2115.85	916.8
	-10 °C	-	2.3453	2107.9	918.2
	-20 °C	-	2.45	2100.37	919.6
6	Eau	-	0.554	4174	999.6



## **Annexe II**

### **Manuel de l'utilisateur du programme de dégivrage**

#### **Les programmes :**

Plusieurs programmes sont à distinguer :

- le code aérodynamique qui permet le calcul des performances d'une éolienne à axe horizontal dont les pales ne sont pas givrées, et qui fournit la géométrie d'entrée et les conditions d'opération de cette éolienne au code de simulation du givrage :
  
- CANICE-WT qui permet de simuler la formation de la glace à la surface des pales d'une éolienne à axe horizontal, et qui fournit les données d'entrée au code de dégivrage, ainsi qu'au module de calcul des performances d'une éolienne givrée ;
  
- DEICE qui permet la simulation d'un système de dégivrage électrothermique pour pale d'éolienne à axe horizontal.

Les codes aérodynamique et CANICE-WT sont documentés dans la référence [7]. Le code DEICE est organisé autour du programme DEGIV1 et ses caractéristiques sont expliquées ci-après.

## Les sous-programmes :

Les sous-programmes utilisés par le programme principal DEGIV1 sont les suivants :

- **MAILLAGE** : détermine le maillage de la géométrie unidimensionnelle pour les différentes couches du système, et définit les propriétés thermophysiques des différents noeuds de ce maillage.
- **PHASE** : détermine les caractéristiques physiques et l'enthalpie des noeuds constituant la couche de glace lors de la procédure de changement de phase.
- **EPAISEAU** : détermine l'épaisseur du film d'eau qui se crée à l'interface pale/glace en prenant en compte les noeuds en phase de fusion et d'eau.
- **MATRA** : détermine les coefficients de la matrice  $[A]$  du membre de gauche du système matriciel (4.39) pour le pas de temps  $n+1$ .
- **MATRB** : détermine les coefficients de la matrice  $[B]$  du membre de droite du système matriciel (4.39).
- **TDMA** : résout le système matriciel (4.39) par tridiagonalisation matricielle pour donner les températures des différents noeuds au pas de temps  $n+1$ .

### Les fichiers d'entrée et de sortie :

Deux fichiers d'entrée sont utilisés pour le programme de dégivrage : le fichier DEGI.DAT qui définit les paramètres de la simulation, et le fichier LAYER.DAT qui définit les caractéristiques des différentes couches du système électrothermique de dégivrage.

Pour ce qui est des fichiers de sortie, le tableau suivant en fait une synthèse.

**Tableau II-2 Fichiers de sortie**

Nom du fichier	Contenu du fichier
MAILLE.OUT	Caractéristique du maillage et des différents noeuds du système
TETA.OUT	Distribution de la température à travers l'épaisseur du système et dans la couche de glace
EAU.OUT	Évolution du film d'eau à la surface de la pale en fonction du temps
PHASE.OUT	Phase des différents noeuds de la couche de glace
PUIS.OUT, SHIELD.OUT, SUBSTRAT.OUT	Distribution de la température en fonction du temps pour, respectivement, la surface d'implantation de la résistance, l'interface entre la surface de la pale et la couche de glace, et dans la couche interne du substrat

### L'organigramme :

L'organigramme du module de dégivrage est présenté ci-après.

